

فرادرس

فراتر از یک کلاس درس  
[www.faradars.org](http://www.faradars.org)

# آموزش تحقیق در عملیات ۳

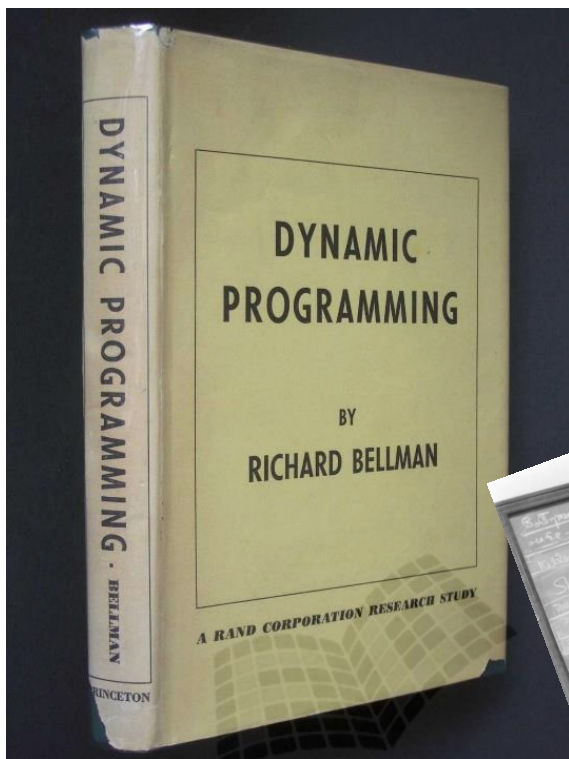
## درس چهارم: برنامه‌ریزی پویای قطعی

مدرس:

عباس احمدی

دانشجوی دکترای مهندسی صنایع

## معرفی برنامه‌ریزی پویا



✓ برنامه‌ریزی پویا (Dynamic Programming)

✓ توسط ریچارد بلمن در سال ۱۹۵۰

✓ یک روش عمومی حل مسایل بهینه‌سازی

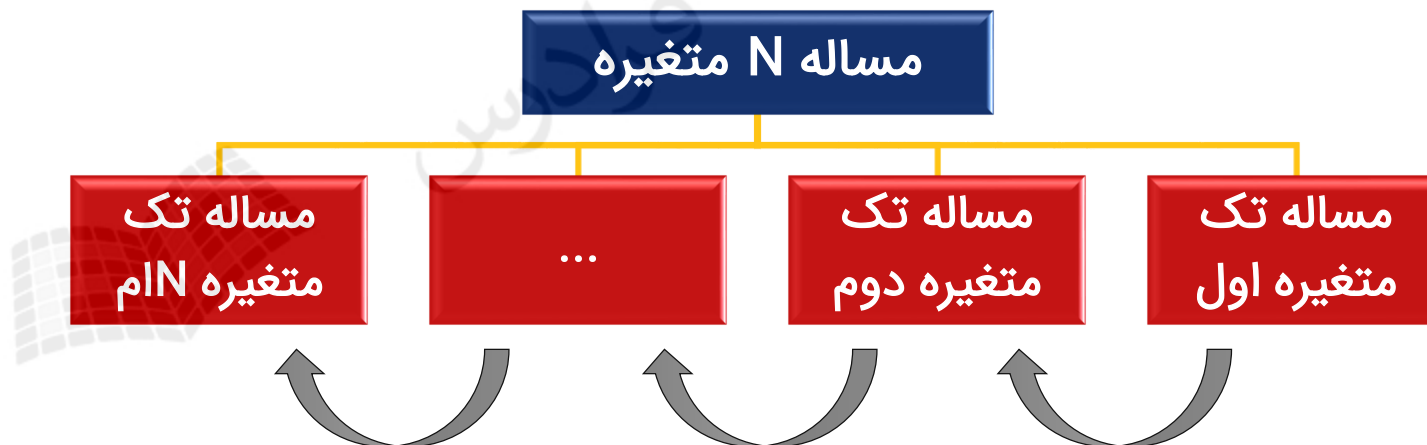
✓ تصمیم‌گیری‌های متوالی

## معرفی برنامه‌ریزی پویا

✓ هر مساله را باید بتوان به چندین مرحله تقسیم کرد: از نظر زمانی، مکانی و ...

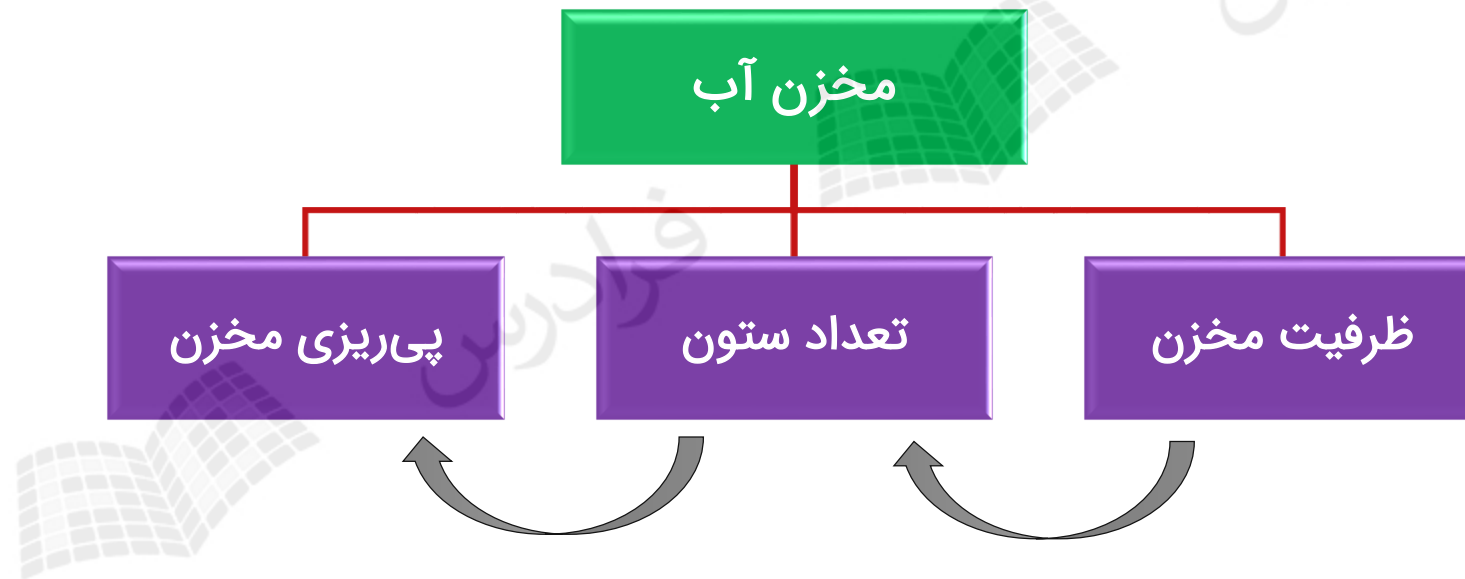
✓ مسایل مراحل مختلف، به یکدیگر وابسته هستند.

✓ خروجی یک مرحله، ورودی مرحله بعدی است.

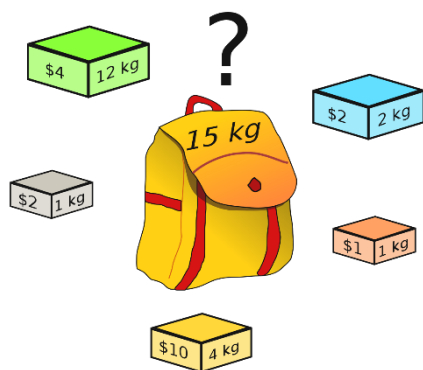


## معرفی برنامه‌ریزی پویا

 **مثال:** طراحی مخزن آب



## معرفی برنامه‌ریزی پویا



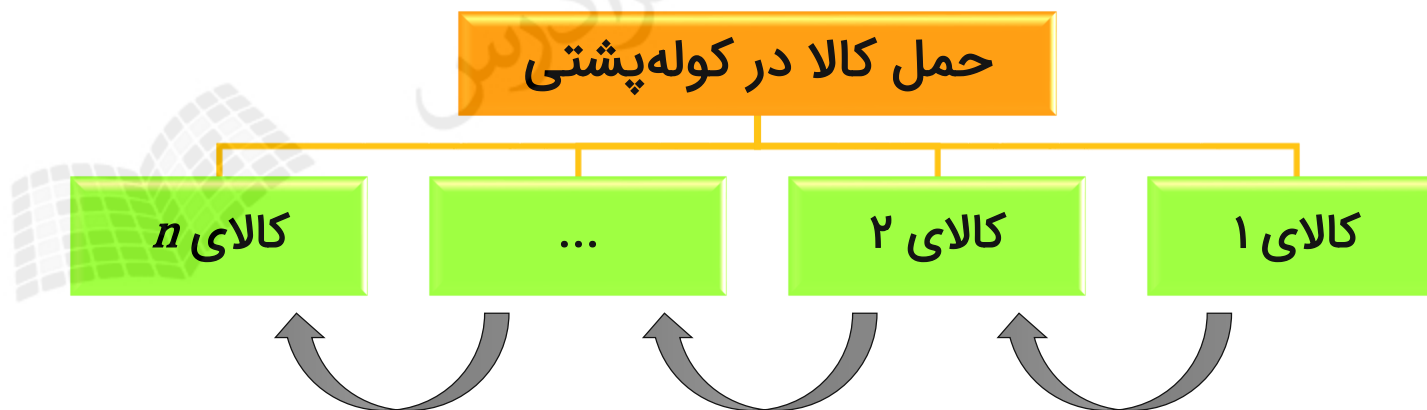
**مثال:** مساله کوله‌پشتی (Knapsack)



✓ حمل  $n$  کالا هر کدام با وزن  $w_i$  و ارزش  $c_i$

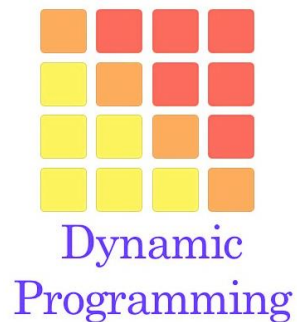
✓ ظرفیت کوله‌پشتی محدود است.

✓ هدف: حمل بیشترین ارزش



## معرفی برنامه‌ریزی پویا

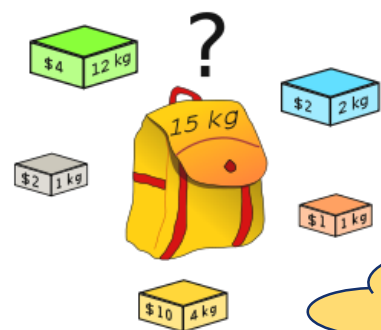
✓ برخلاف سایر برنامه‌ریزی‌های ریاضی (خطی، غیرخطی، عدد صحیح و ...)، چارچوب استاندارد برای فرموله کردن مسایل برنامه‌ریزی پویا وجود ندارد.



✓ حل مسایل برنامه‌ریزی پویا نیاز به خلاقیت دارد.



## ساختار برنامه‌ریزی پویا



در هر مرحله باید  
تصمیم گرفت

وضعیت‌های مختلف  
مساله در هر مرحله

تصمیمات ممکن  
در هر مرحله

ارزیابی هر مرحله

شماره مرحله  $i$

حالت در مرحله  $i$

بردار متغیر تصمیم در مرحله  $i$

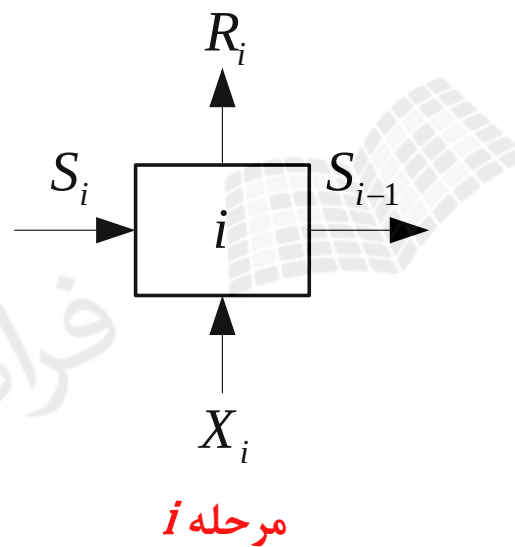
تابع بازگشت مرحله  $i$

 $i$ 
 $S_i$ 
 $X_i$ 
 $f_i$ 

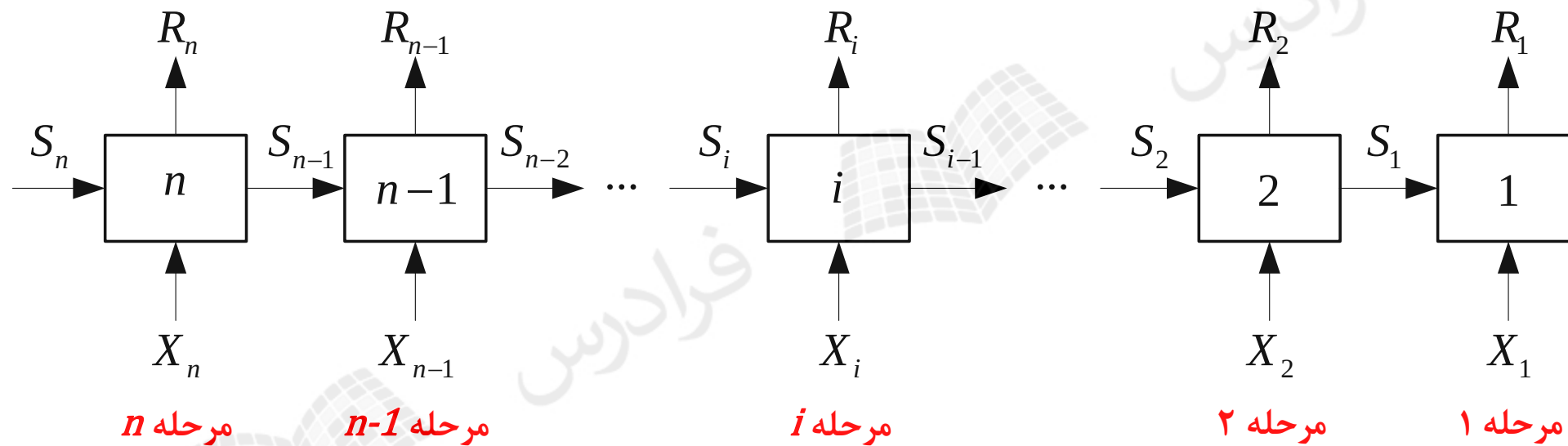
چهار جزء برنامه‌ریزی پویا

✓ هدف تصمیم‌گیری چند مرحله‌ای: یافتن بردارهای تصمیم‌گیری به نحوی که توابع بازگشت بهینه شوند.

## ساختار برنامه‌ریزی پویا



## ساختار برنامه‌ریزی پویا



## ساختار برنامه‌ریزی پویا

### مرحله

خصوصیت هر مرحله این است که باید در آن تصمیم‌گیری کرد.

### حالت

هر مرحله شامل چند حالت است و خصوصیت هر حالت این است که مراحل را به هم پیوند می‌دهد.  
حالت، انواع وضعیت‌های احتمالی است که سیستم می‌تواند در یک مرحله داشته باشد.

### تابع

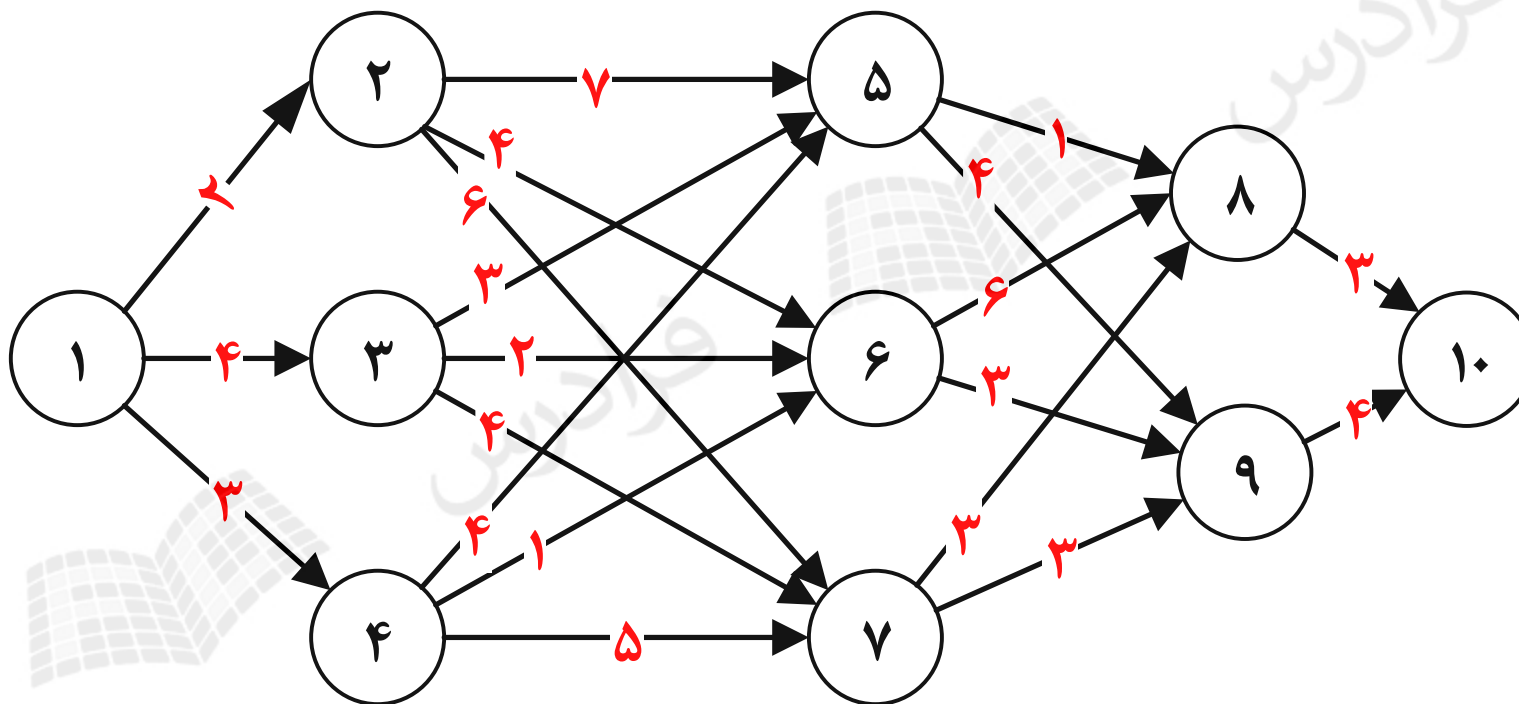
تابع هدف یک مساله باید قابل تفکیک به چندین تابع هدف کوچکتر یا همان توابع بازگشت باشد.

مثلا اگر تابع هدف به صورت جمعی یا ضربی باشد:

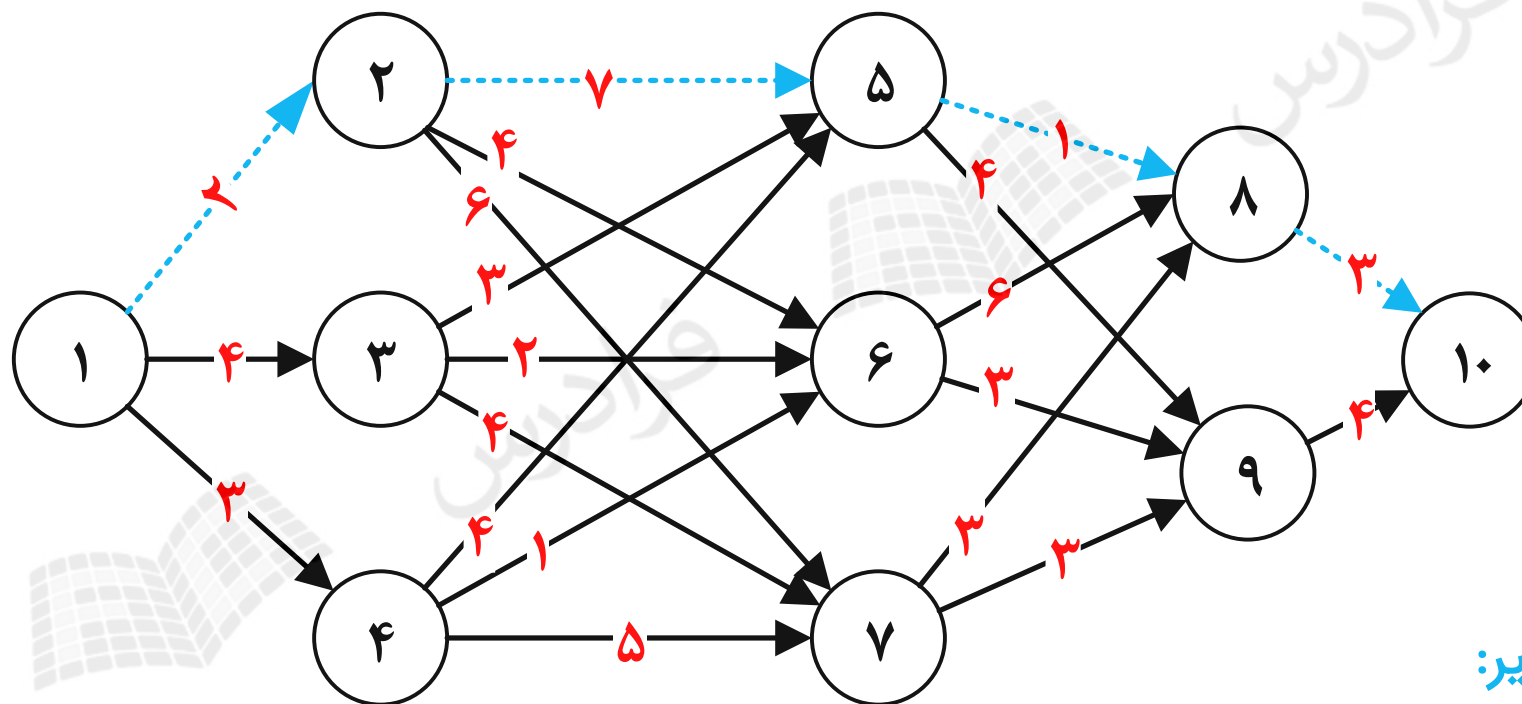
$$f = \prod_{i=1}^n R_i \quad f = \sum_{i=1}^n R_i$$

## مساله کوتاه‌ترین مسیر

**مثال:** رسیدن از شهر مبدا (شماره ۱) به شهر مقصد (شماره ۱۰) با طی کردن کمترین مسافت 



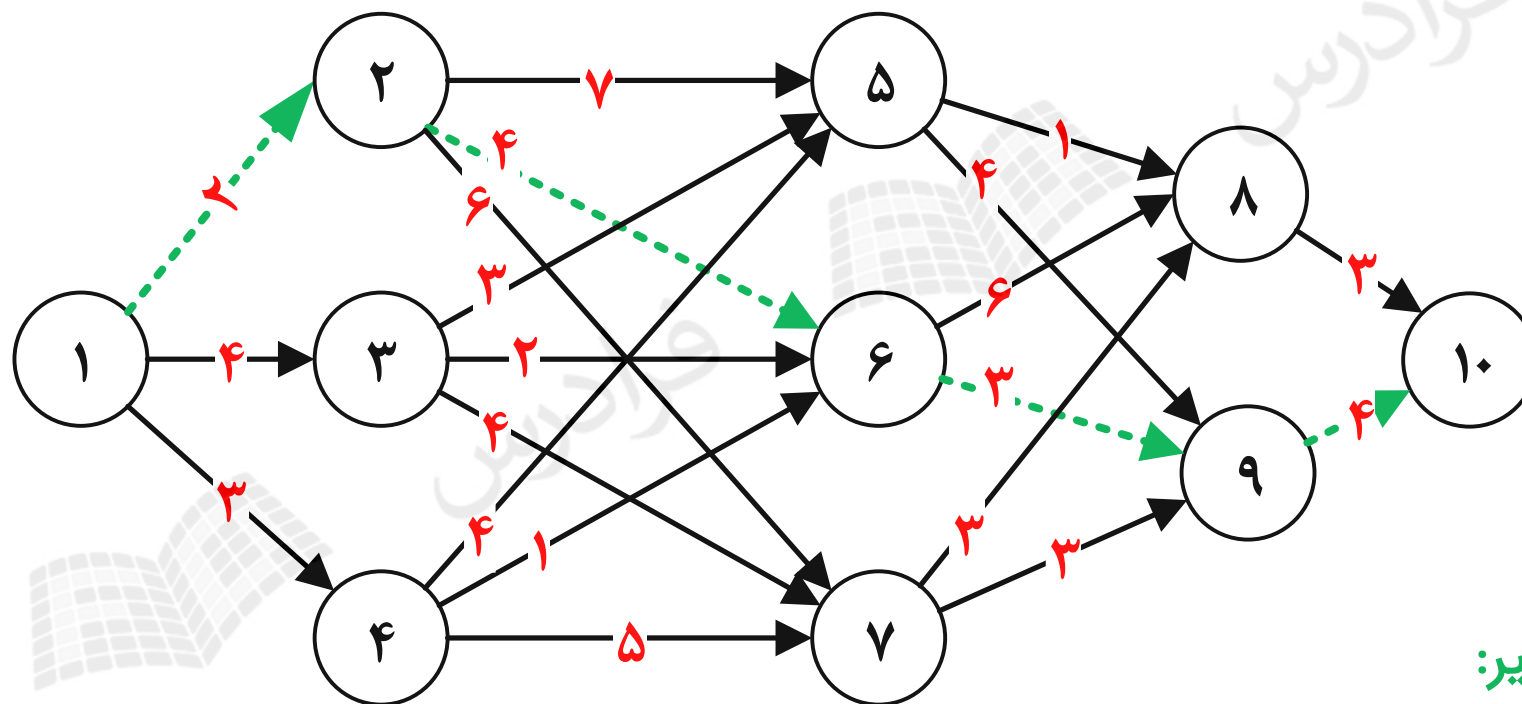
## مساله کوتاه‌ترین مسیر



طول مسیر:

$$۲ + ۷ + ۱ + ۳ = ۱۳$$

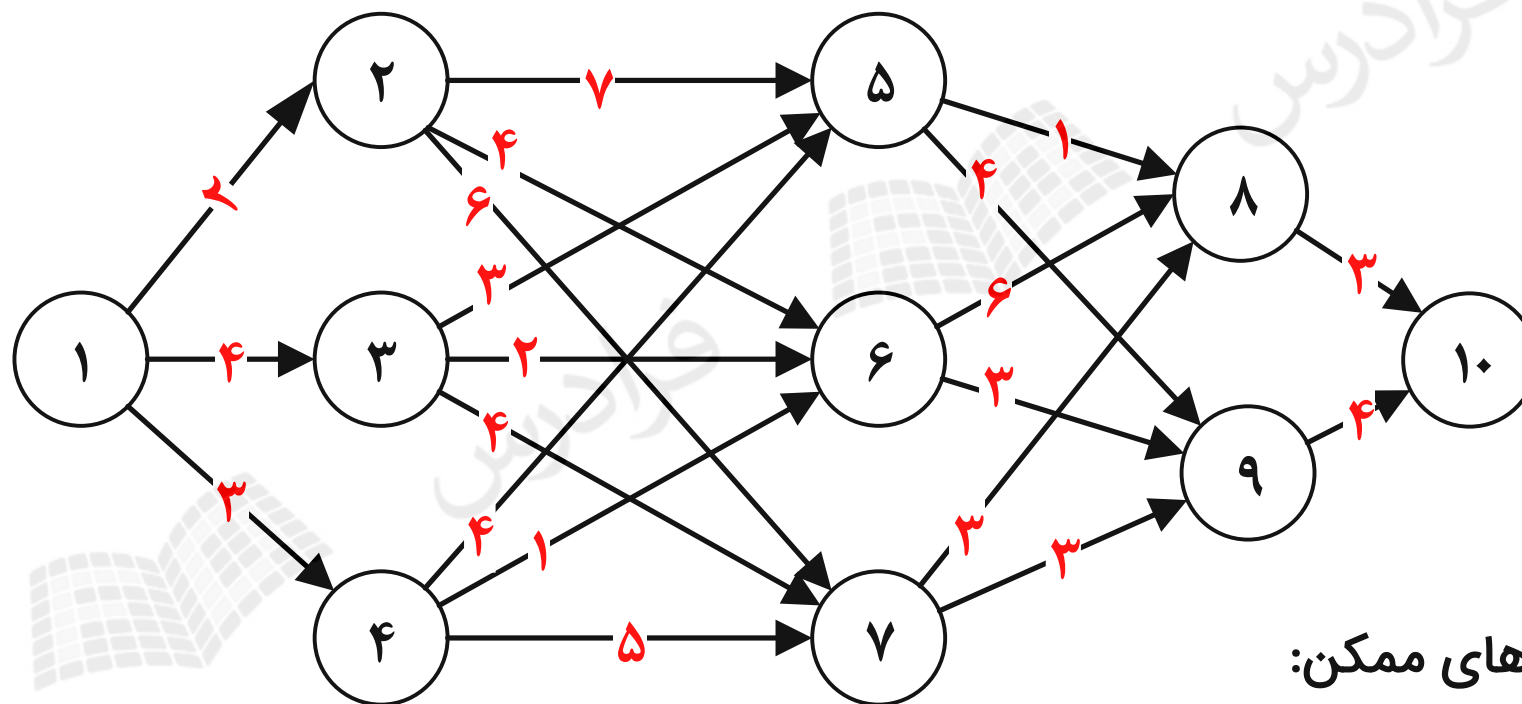
## مساله کوتاه‌ترین مسیر



طول مسیر:

$$۲ + ۴ + ۳ + ۴ = ۱۳$$

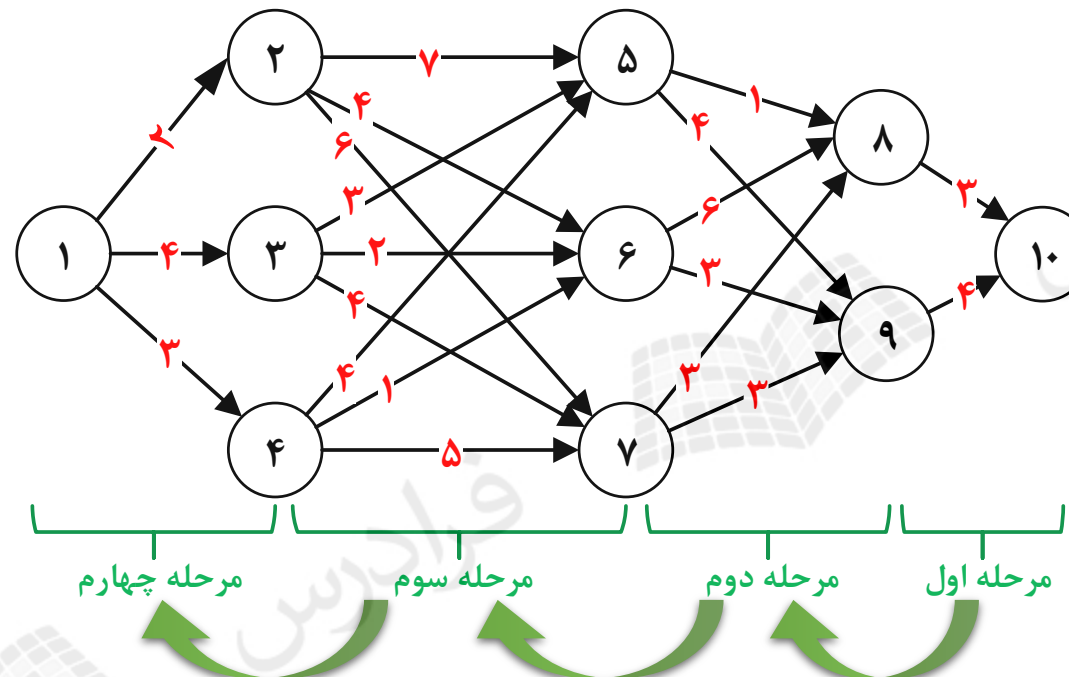
## مساله کوتاه‌ترین مسیر



کل جواب‌های ممکن:

$$3 \times 3 \times 2 \times 1 = 18$$

## مساله کوتاه‌ترین مسیر



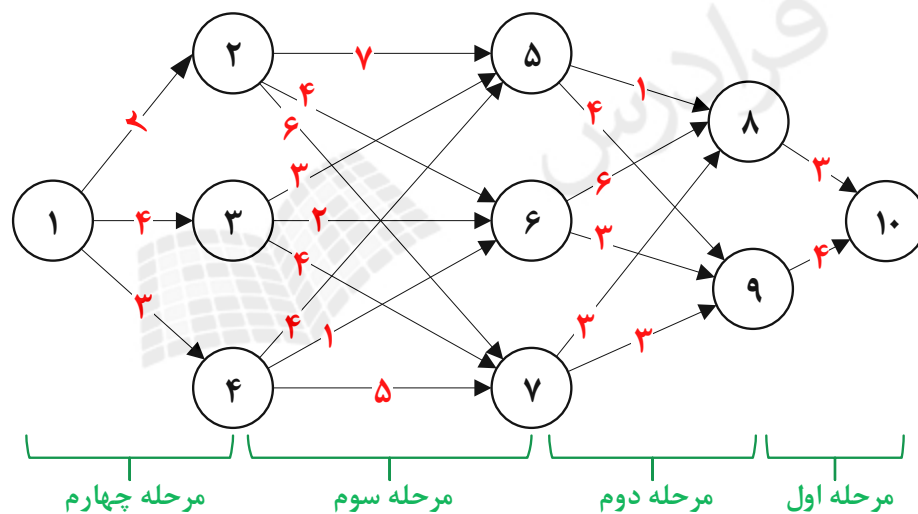
✓ مرحله: هر گام حرکت

✓ تصمیم: شهر مقصد در هر مرحله

✓ حالت: مبدا حرکت از یک مرحله به مرحله بعد

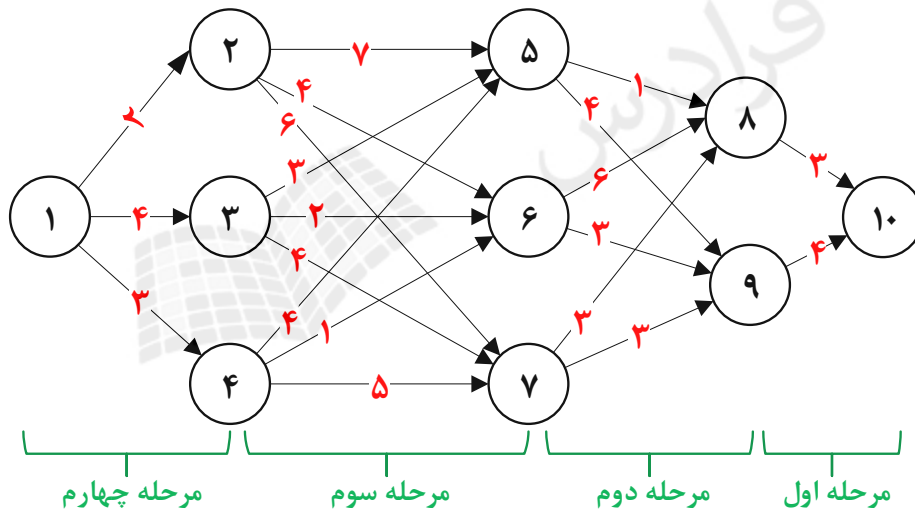
✓ تابع بازگشت: مقدار مسافت پیموده شده

## مساله کوتاه‌ترین مسیر



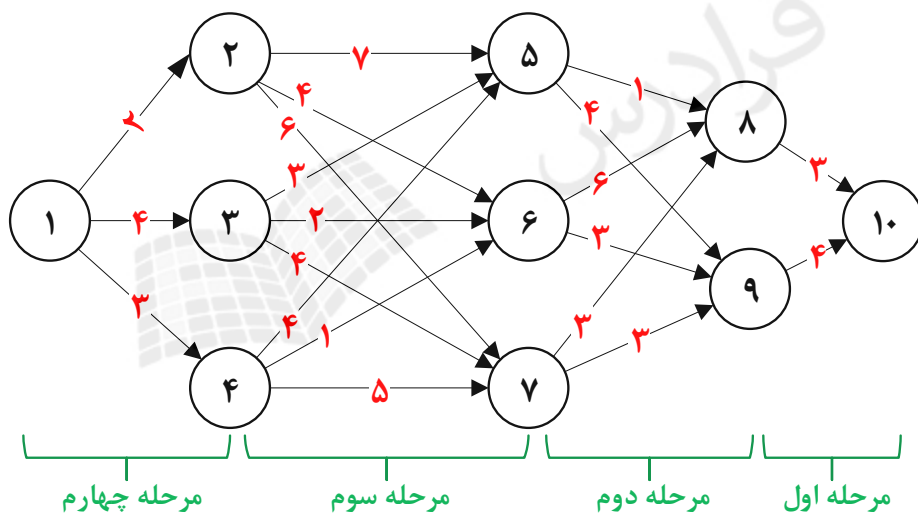
| مرحله اول            |       |              |         |
|----------------------|-------|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | $x_1$ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
|                      |       |              |         |
|                      |       |              |         |

## مساله کوتاه‌ترین مسیر



| مرحله اول            |       |              |         |
|----------------------|-------|--------------|---------|
| $S_1 \backslash x_1$ | $x_1$ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
|                      | ۸     |              |         |
|                      | ۹     |              |         |

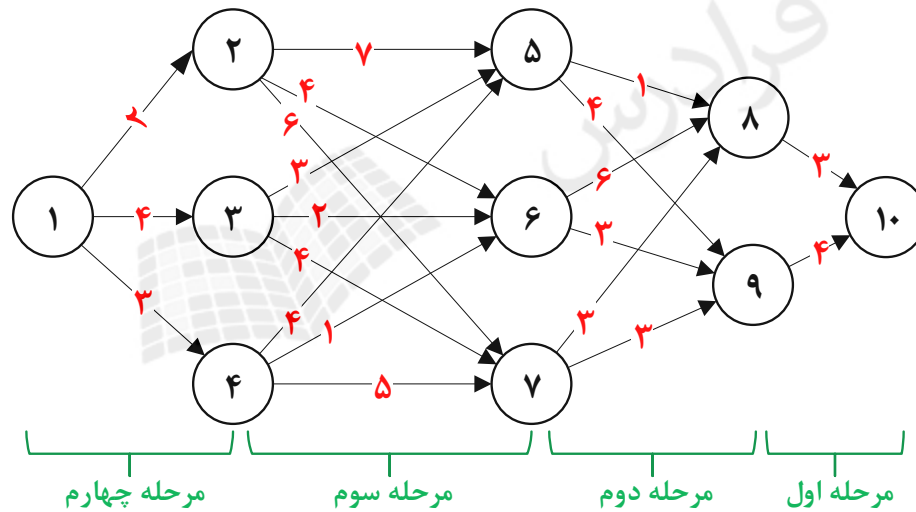
## مساله کوتاه‌ترین مسیر



| مرحله اول            |    |              |         |
|----------------------|----|--------------|---------|
| $S_1 \backslash x_1$ | ۱۰ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۸                    |    |              |         |
| ۹                    |    |              |         |

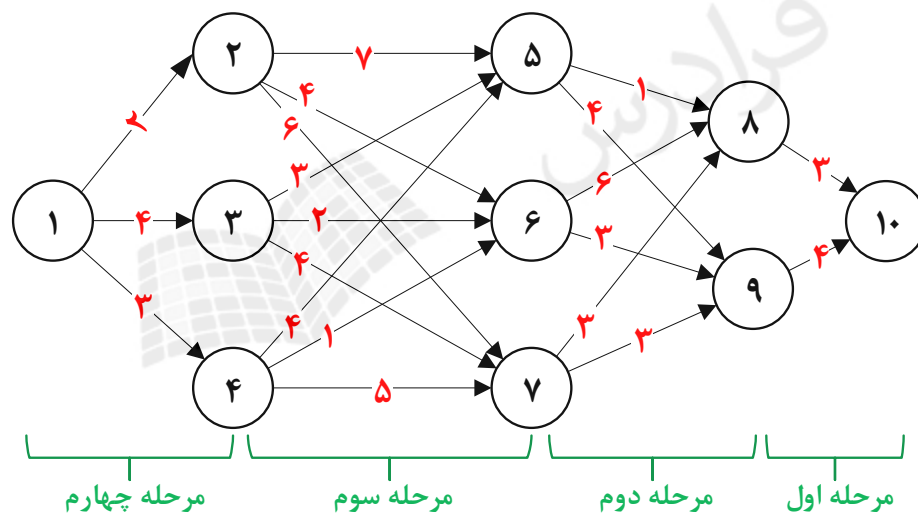
## مساله کوتاه‌ترین مسیر

| مرحله اول            |       |              |         |
|----------------------|-------|--------------|---------|
| $S_1 \backslash x_1$ | $x_1$ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
|                      | ۸     | ۳            |         |
|                      | ۹     | ۴            |         |



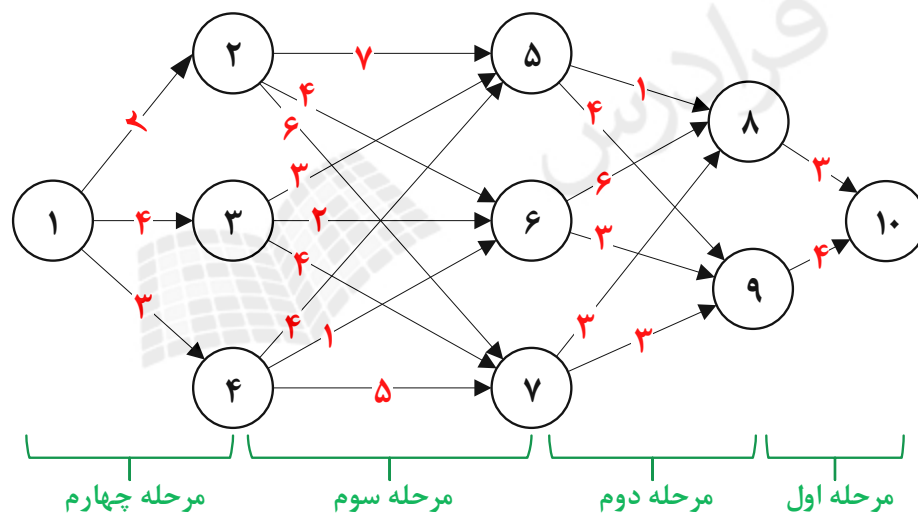
## مساله کوتاه‌ترین مسیر

| مرحله اول            |       |              |         |
|----------------------|-------|--------------|---------|
| $S_1 \backslash x_1$ | $x_1$ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
|                      | ۸     | ۳            | ۳       |
|                      | ۹     | ۴            |         |



## مساله کوتاه‌ترین مسیر

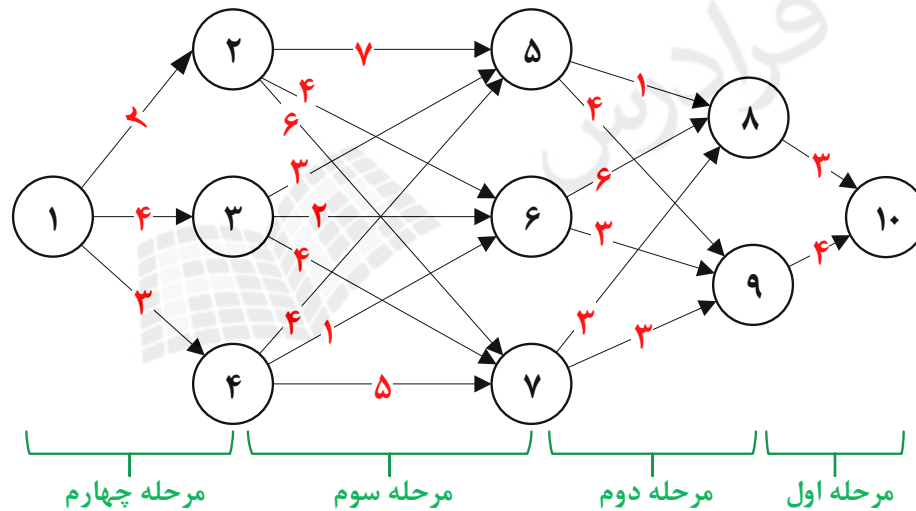
| مرحله اول            |    |              |         |
|----------------------|----|--------------|---------|
| $S_1 \backslash x_1$ | ۱۰ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۸                    | ۳  | ۳            | ۱۰      |
| ۹                    | ۴  | ۴            | ۱۰      |



## مساله کوتاه‌ترین مسیر

| مرحله دوم            |  |  |              |         |
|----------------------|--|--|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ |  |  | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۵                    |  |  |              |         |
| ۶                    |  |  |              |         |
| ۷                    |  |  |              |         |

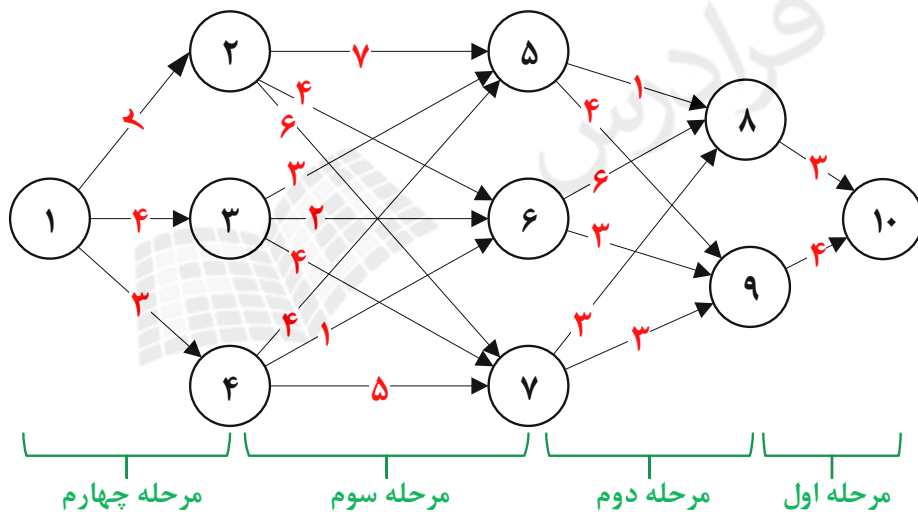
| مرحله اول            |    |   |              |         |
|----------------------|----|---|--------------|---------|
| $S_1 \backslash X_1$ |    |   | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۸                    | ۱۰ | ۳ | ۳            | ۱۰      |
| ۹                    | ۱۰ | ۴ | ۴            | ۱۰      |



## مساله کوتاه‌ترین مسیر

| مرحله دوم            |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۸ | ۹ | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۵                    |   |   |              |         |
| ۶                    |   |   |              |         |
| ۷                    |   |   |              |         |

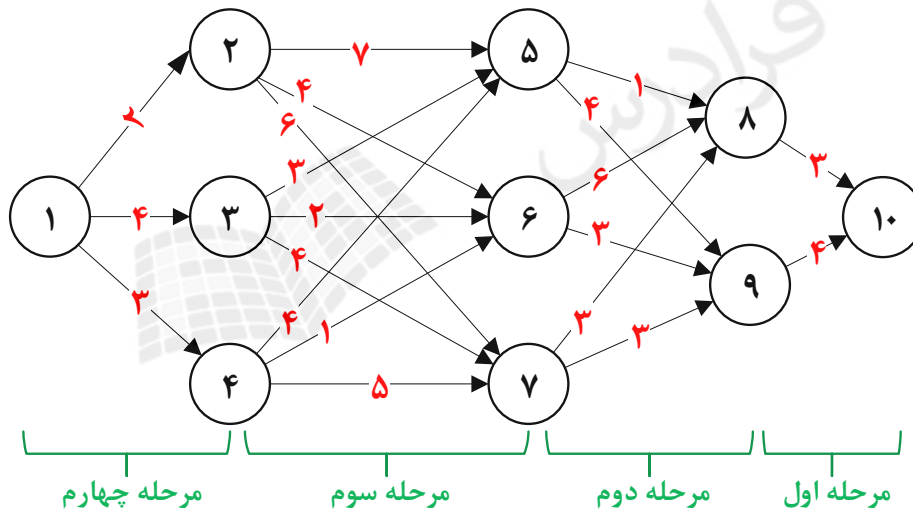
| مرحله اول            |    |              |         |
|----------------------|----|--------------|---------|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۱۰ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۸                    | ۳  | ۳            | ۱۰      |
| ۹                    | ۴  | ۴            | ۱۰      |



## مساله کوتاه‌ترین مسیر

| مرحله دوم            |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۸ | ۹ | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۵                    | ۱ | ۴ |              |         |
| ۶                    |   |   |              |         |
| ۷                    |   |   |              |         |

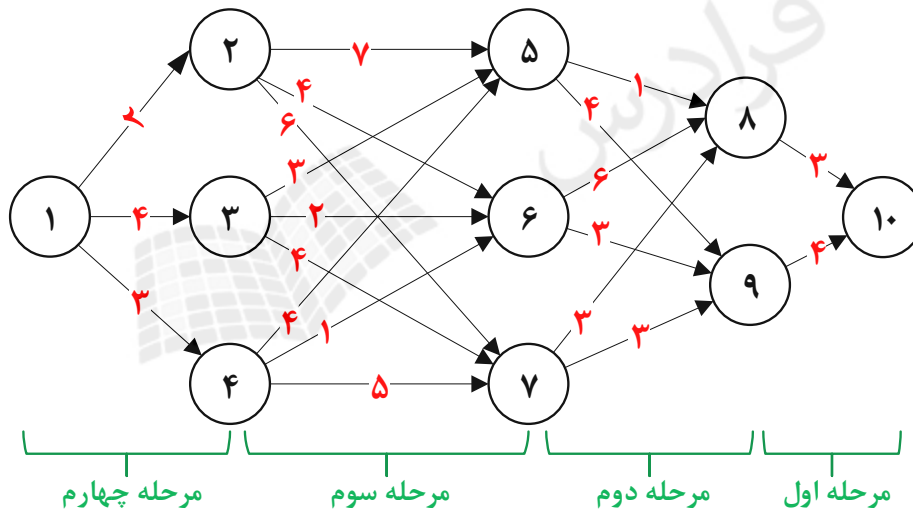
| مرحله اول            |    |              |         |
|----------------------|----|--------------|---------|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۱۰ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۸                    | ۳  | ۳            | ۱۰      |
| ۹                    | ۴  | ۴            | ۱۰      |



## مساله کوتاه‌ترین مسیر

| مرحله دوم            |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۸   | ۹   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۵                    | ۱+۳ | ۴+۴ |              |         |
| ۶                    |     |     |              |         |
| ۷                    |     |     |              |         |

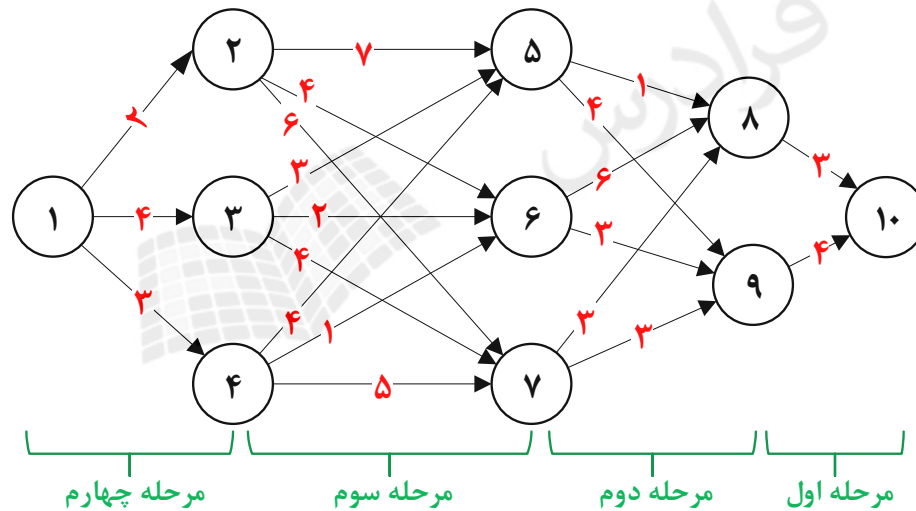
| مرحله اول            |    |              |         |
|----------------------|----|--------------|---------|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۱۰ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۸                    | ۳  | ۳            | ۱۰      |
| ۹                    | ۴  | ۴            | ۱۰      |



## مساله کوتاه‌ترین مسیر

| مرحله دوم            |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۸   | ۹   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۵                    | ۱+۳ | ۴+۴ |              |         |
| ۶                    | ۶+۳ | ۳+۴ |              |         |
| ۷                    |     |     |              |         |

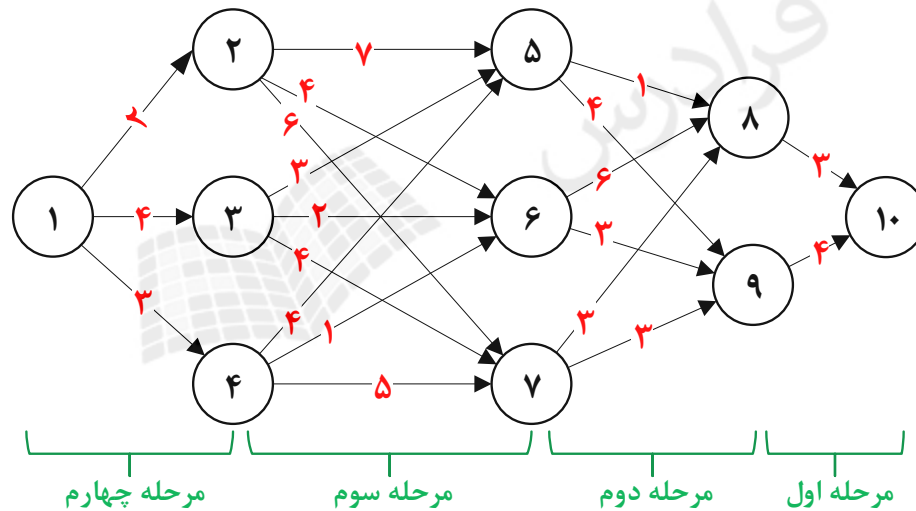
| مرحله اول            |    |              |         |
|----------------------|----|--------------|---------|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۱۰ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۸                    | ۳  | ۳            | ۱۰      |
| ۹                    | ۴  | ۴            | ۱۰      |



## مساله کوتاه‌ترین مسیر

| مرحله دوم            |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۸   | ۹   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۵                    | ۱+۳ | ۴+۴ | ۴            | ۸       |
| ۶                    | ۶+۳ | ۳+۴ |              |         |
| ۷                    | ۳+۳ | ۳+۴ |              |         |

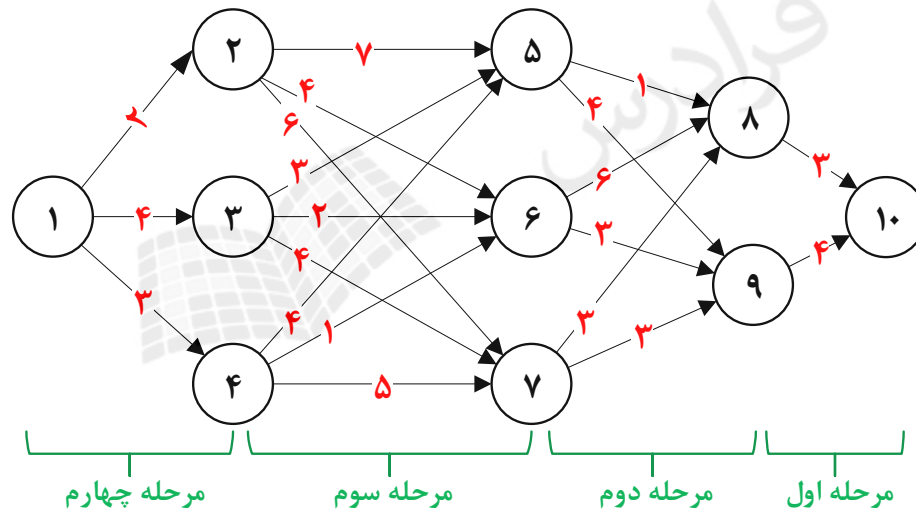
| مرحله اول            |    |              |         |
|----------------------|----|--------------|---------|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۱۰ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۸                    | ۳  | ۳            | ۱۰      |
| ۹                    | ۴  | ۴            | ۱۰      |



## مساله کوتاه‌ترین مسیر

| مرحله دوم            |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۸   | ۹   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۵                    | ۱+۳ | ۴+۴ | ۴            | ۸       |
| ۶                    | ۶+۳ | ۳+۴ | ۷            | ۹       |
| ۷                    | ۳+۳ | ۳+۴ | ۶            | ۸       |

| مرحله اول            |    |              |         |
|----------------------|----|--------------|---------|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۱۰ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۸                    | ۳  | ۳            | ۱۰      |
| ۹                    | ۴  | ۴            | ۱۰      |

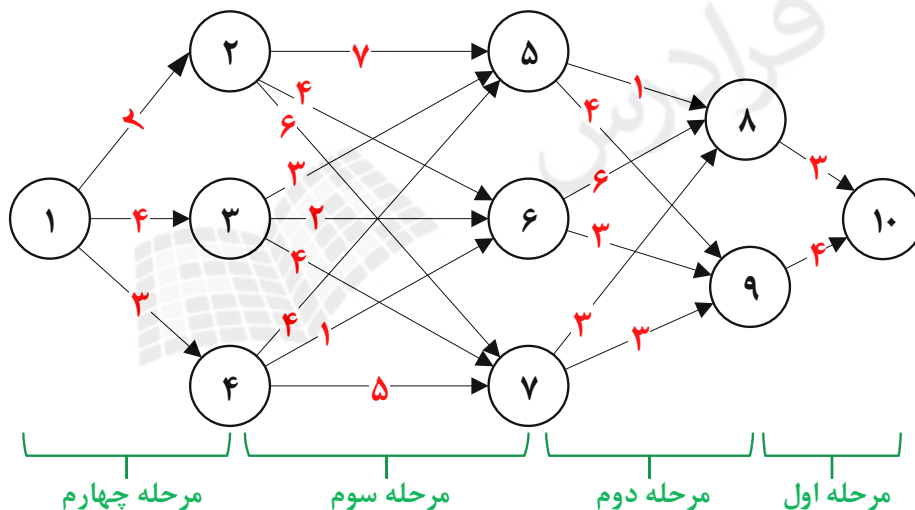


## مساله کوتاه‌ترین مسیر

| مرحله دوم            |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۸   | ۹   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۵                    | ۱+۳ | ۴+۴ | ۴            | ۸       |
| ۶                    | ۶+۳ | ۳+۴ | ۷            | ۹       |
| ۷                    | ۳+۳ | ۳+۴ | ۶            | ۸       |

| مرحله اول            |    |              |         |
|----------------------|----|--------------|---------|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۱۰ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۸                    | ۳  | ۳            | ۱۰      |
| ۹                    | ۴  | ۴            | ۱۰      |

| مرحله سوم            |     |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|-----|--------------|---------|
| $S_3 \backslash X_3$ | ۵   | ۶   | ۷   | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۲                    | ۷+۴ | ۴+۷ | ۶+۶ |              |         |
| ۳                    | ۳+۴ | ۲+۷ | ۴+۶ |              |         |
| ۴                    | ۴+۴ | ۱+۷ | ۵+۶ |              |         |

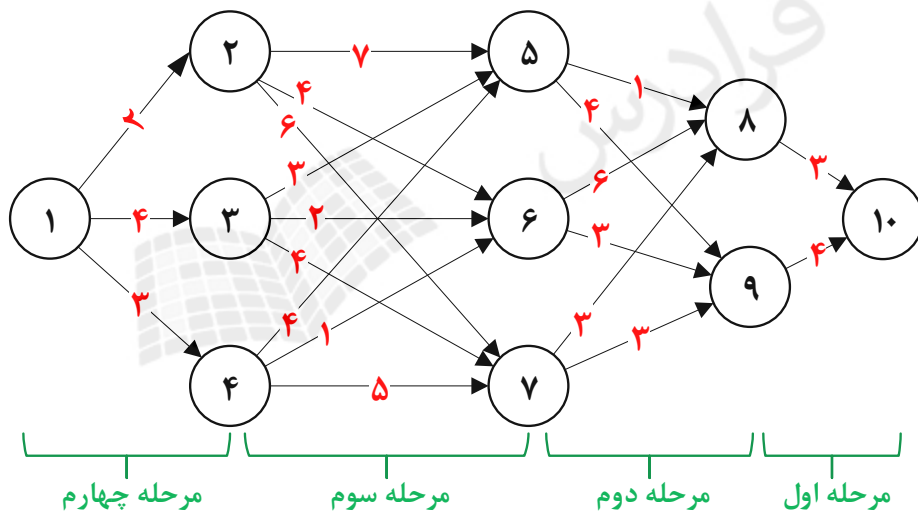


## مساله کوتاه‌ترین مسیر

| مرحله دوم            |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۸   | ۹   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۵                    | ۱+۳ | ۴+۴ | ۴            | ۸       |
| ۶                    | ۶+۳ | ۳+۴ | ۷            | ۹       |
| ۷                    | ۳+۳ | ۳+۴ | ۶            | ۸       |

| مرحله اول            |    |              |         |
|----------------------|----|--------------|---------|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۱۰ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۸                    | ۳  | ۳            | ۱۰      |
| ۹                    | ۴  | ۴            | ۱۰      |

| مرحله سوم            |     |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|-----|--------------|---------|
| $S_3 \backslash X_3$ | ۵   | ۶   | ۷   | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۲                    | ۷+۴ | ۴+۷ | ۶+۶ | ۱۱           | ۵ یا ۶  |
| ۳                    | ۳+۴ | ۲+۷ | ۴+۶ |              |         |
| ۴                    | ۴+۴ | ۱+۷ | ۵+۶ |              |         |

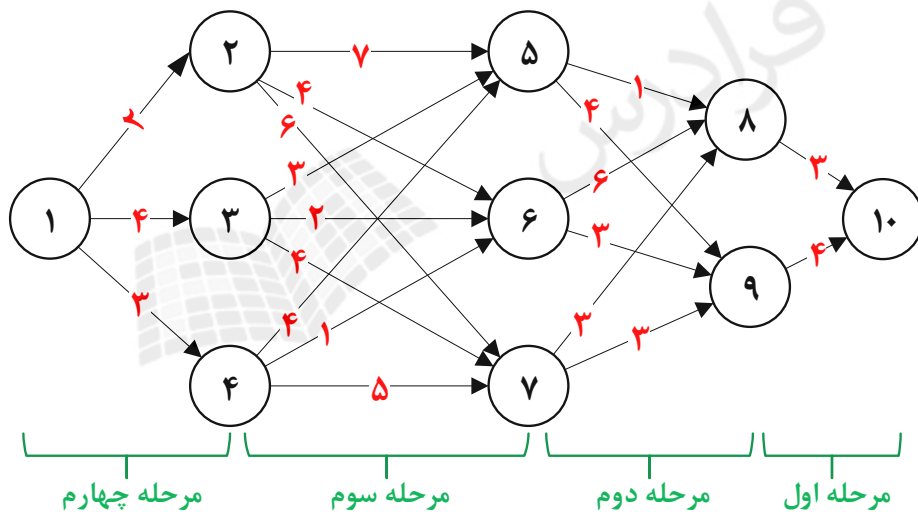


## مساله کوتاه‌ترین مسیر

| مرحله دوم            |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۸   | ۹   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۵                    | ۱+۳ | ۴+۴ | ۴            | ۸       |
| ۶                    | ۶+۳ | ۳+۴ | ۷            | ۹       |
| ۷                    | ۳+۳ | ۳+۴ | ۶            | ۸       |

| مرحله اول            |    |              |         |
|----------------------|----|--------------|---------|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۱۰ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۸                    | ۳  | ۳            | ۱۰      |
| ۹                    | ۴  | ۴            | ۱۰      |

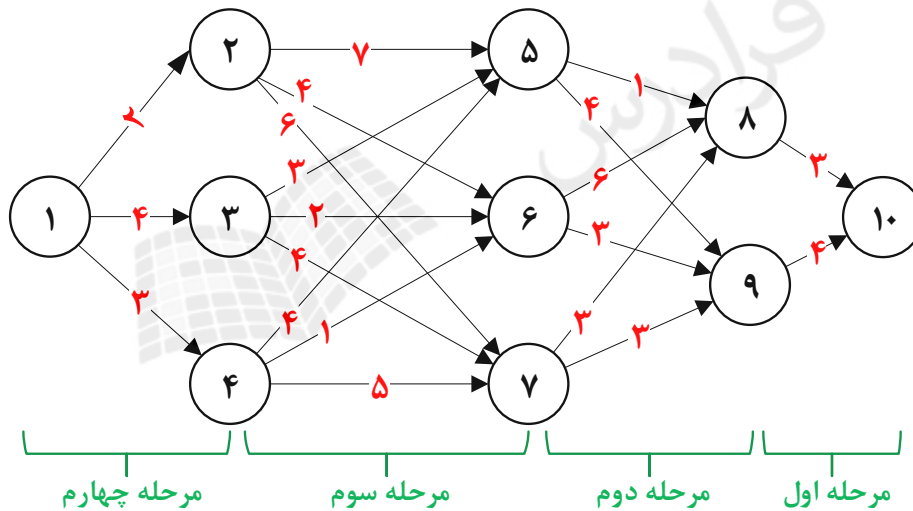
| مرحله سوم            |     |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|-----|--------------|---------|
| $S_3 \backslash X_3$ | ۵   | ۶   | ۷   | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۲                    | ۷+۴ | ۴+۷ | ۶+۶ | ۱۱           | ۵ یا ۶  |
| ۳                    | ۳+۴ | ۲+۷ | ۴+۶ | ۷            | ۵       |
| ۴                    | ۴+۴ | ۱+۷ | ۵+۶ | ۸            | ۵ یا ۶  |



## مساله کوتاه‌ترین مسیر

| مرحله دوم            |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۸   | ۹   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۵                    | ۱+۳ | ۴+۴ | ۴            | ۸       |
| ۶                    | ۶+۳ | ۳+۴ | ۷            | ۹       |
| ۷                    | ۳+۳ | ۳+۴ | ۶            | ۸       |

| مرحله اول            |    |              |         |
|----------------------|----|--------------|---------|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۱۰ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۸                    | ۳  | ۳            | ۱۰      |
| ۹                    | ۴  | ۴            | ۱۰      |



| مرحله سوم            |     |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|-----|--------------|---------|
| $S_3 \backslash X_3$ | ۵   | ۶   | ۷   | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۲                    | ۷+۴ | ۴+۷ | ۶+۶ | ۱۱           | ۵ یا ۶  |
| ۳                    | ۳+۴ | ۲+۷ | ۴+۶ | ۷            | ۵       |
| ۴                    | ۴+۴ | ۱+۷ | ۵+۶ | ۸            | ۵ یا ۶  |

| مرحله چهارم          |      |     |     |              |         |
|----------------------|------|-----|-----|--------------|---------|
| $S_4 \backslash X_4$ | ۲    | ۳   | ۴   | $f_4^*(s_4)$ | $x_4^*$ |
| ۱                    | ۲+۱۱ | ۴+۷ | ۳+۸ | ۱۱           | ۳ یا ۴  |

## مساله کوتاه‌ترین مسیر

جواب بهینه

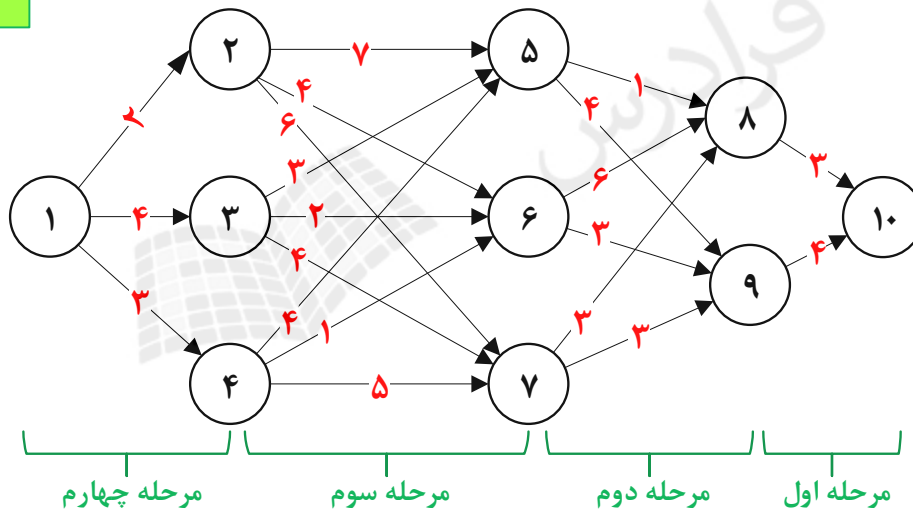
$$\begin{cases} x_4^* = \\ x_3^* = \\ x_2^* = \\ x_1^* = \\ f^* = \end{cases}$$

| مرحله دوم            |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۸   | ۹   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۵                    | ۱+۳ | ۴+۴ | ۴            | ۸       |
| ۶                    | ۶+۳ | ۳+۴ | ۷            | ۹       |
| ۷                    | ۳+۳ | ۳+۴ | ۶            | ۸       |

| مرحله اول            |    |              |         |
|----------------------|----|--------------|---------|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۱۰ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۸                    | ۳  | ۳            | ۱۰      |
| ۹                    | ۴  | ۴            | ۱۰      |

| مرحله سوم            |     |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|-----|--------------|---------|
| $S_3 \backslash X_3$ | ۵   | ۶   | ۷   | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۲                    | ۷+۴ | ۴+۷ | ۶+۶ | ۱۱           | ۶ یا ۵  |
| ۳                    | ۳+۴ | ۲+۷ | ۴+۶ | ۷            | ۵       |
| ۴                    | ۴+۴ | ۱+۷ | ۵+۶ | ۸            | ۶ یا ۵  |

| مرحله چهارم          |      |     |     |              |         |
|----------------------|------|-----|-----|--------------|---------|
| $S_4 \backslash X_4$ | ۲    | ۳   | ۴   | $f_4^*(s_4)$ | $x_4^*$ |
| ۱                    | ۲+۱۱ | ۴+۷ | ۳+۸ | ۱۱           | ۴ یا ۳  |



## مساله کوتاه‌ترین مسیر

جواب بهینه

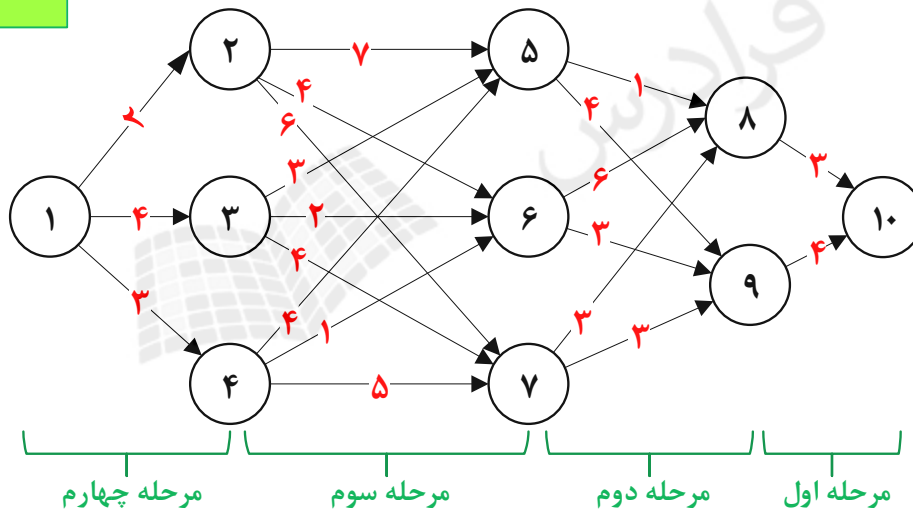
$$\begin{cases} x_4^* = 3 \\ x_3^* = \\ x_2^* = \\ x_1^* = \\ f^* = \end{cases}$$

| مرحله دوم            |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۸   | ۹   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۵                    | ۱+۳ | ۴+۴ | ۴            | ۸       |
| ۶                    | ۶+۳ | ۳+۴ | ۷            | ۹       |
| ۷                    | ۳+۳ | ۳+۴ | ۶            | ۸       |

| مرحله اول            |    |              |         |
|----------------------|----|--------------|---------|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۱۰ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۸                    | ۳  | ۳            | ۱۰      |
| ۹                    | ۴  | ۴            | ۱۰      |

| مرحله سوم            |     |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|-----|--------------|---------|
| $S_3 \backslash X_3$ | ۵   | ۶   | ۷   | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۲                    | ۷+۴ | ۴+۷ | ۶+۶ | ۱۱           | ۵ یا ۶  |
| ۳                    | ۳+۴ | ۲+۷ | ۴+۶ | ۷            | ۵       |
| ۴                    | ۴+۴ | ۱+۷ | ۵+۶ | ۸            | ۵ یا ۶  |

| مرحله چهارم          |      |     |     |              |         |
|----------------------|------|-----|-----|--------------|---------|
| $S_4 \backslash X_4$ | ۲    | ۳   | ۴   | $f_4^*(s_4)$ | $x_4^*$ |
| ۱                    | ۲+۱۱ | ۴+۷ | ۳+۸ | ۱۱           | ۳ یا ۴  |



## مساله کوتاه‌ترین مسیر

جواب بهینه

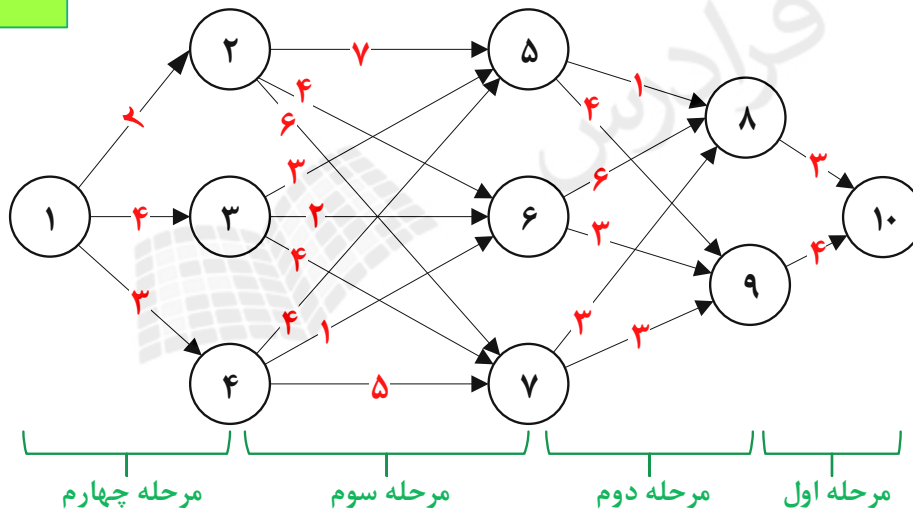
$$\begin{cases} x_4^* = 3 \\ x_3^* = 5 \\ x_2^* = \\ x_1^* = \\ f^* = \end{cases}$$

| مرحله دوم            |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۸   | ۹   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۵                    | ۱+۳ | ۴+۴ | ۴            | ۸       |
| ۶                    | ۶+۳ | ۳+۴ | ۷            | ۹       |
| ۷                    | ۳+۳ | ۳+۴ | ۶            | ۸       |

| مرحله اول            |    |              |         |
|----------------------|----|--------------|---------|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۱۰ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۸                    | ۳  | ۳            | ۱۰      |
| ۹                    | ۴  | ۴            | ۱۰      |

| مرحله سوم            |     |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|-----|--------------|---------|
| $S_3 \backslash X_3$ | ۵   | ۶   | ۷   | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۲                    | ۷+۴ | ۴+۷ | ۶+۶ | ۱۱           | ۵ یا ۶  |
| ۳                    | ۳+۴ | ۲+۷ | ۴+۶ | ۷            | ۵       |
| ۴                    | ۴+۴ | ۱+۷ | ۵+۶ | ۸            | ۵ یا ۶  |

| مرحله چهارم          |      |     |     |              |         |
|----------------------|------|-----|-----|--------------|---------|
| $S_4 \backslash X_4$ | ۲    | ۳   | ۴   | $f_4^*(s_4)$ | $x_4^*$ |
| ۱                    | ۲+۱۱ | ۴+۷ | ۳+۸ | ۱۱           | ۳ یا ۴  |



## مساله کوتاه‌ترین مسیر

جواب بهینه

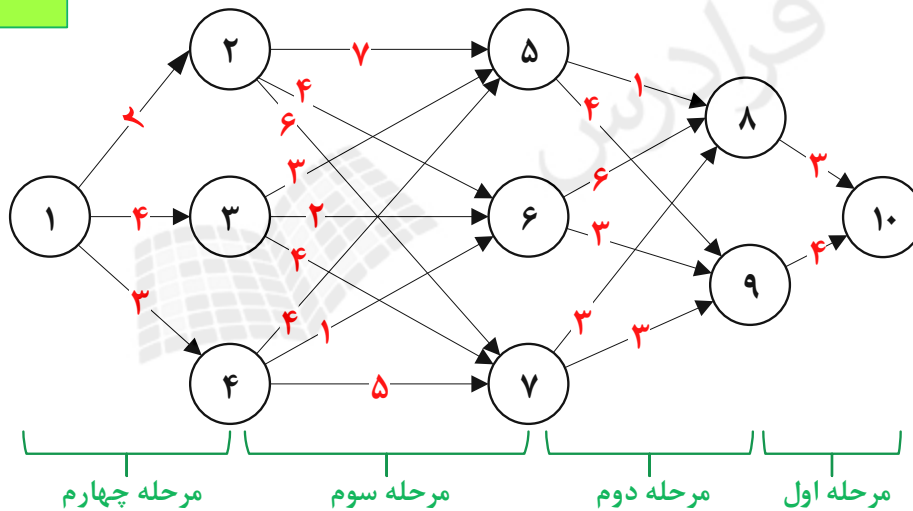
$$\begin{cases} x_4^* = 3 \\ x_3^* = 5 \\ x_2^* = 8 \\ x_1^* = \\ f^* = \end{cases}$$

| مرحله دوم            |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۸   | ۹   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۵                    | ۱+۳ | ۴+۴ | ۴            | ۸       |
| ۶                    | ۶+۳ | ۳+۴ | ۷            | ۹       |
| ۷                    | ۳+۳ | ۳+۴ | ۶            | ۸       |

| مرحله اول            |    |              |         |
|----------------------|----|--------------|---------|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۱۰ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۸                    | ۳  | ۳            | ۱۰      |
| ۹                    | ۴  | ۴            | ۱۰      |

| مرحله سوم            |     |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|-----|--------------|---------|
| $S_3 \backslash X_3$ | ۵   | ۶   | ۷   | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۲                    | ۷+۴ | ۴+۷ | ۶+۶ | ۱۱           | ۵ یا ۶  |
| ۳                    | ۳+۴ | ۲+۷ | ۴+۶ | ۷            | ۵       |
| ۴                    | ۴+۴ | ۱+۷ | ۵+۶ | ۸            | ۵ یا ۶  |

| مرحله چهارم          |      |     |     |              |         |
|----------------------|------|-----|-----|--------------|---------|
| $S_4 \backslash X_4$ | ۲    | ۳   | ۴   | $f_4^*(s_4)$ | $x_4^*$ |
| ۱                    | ۲+۱۱ | ۴+۷ | ۳+۸ | ۱۱           | ۳ یا ۴  |



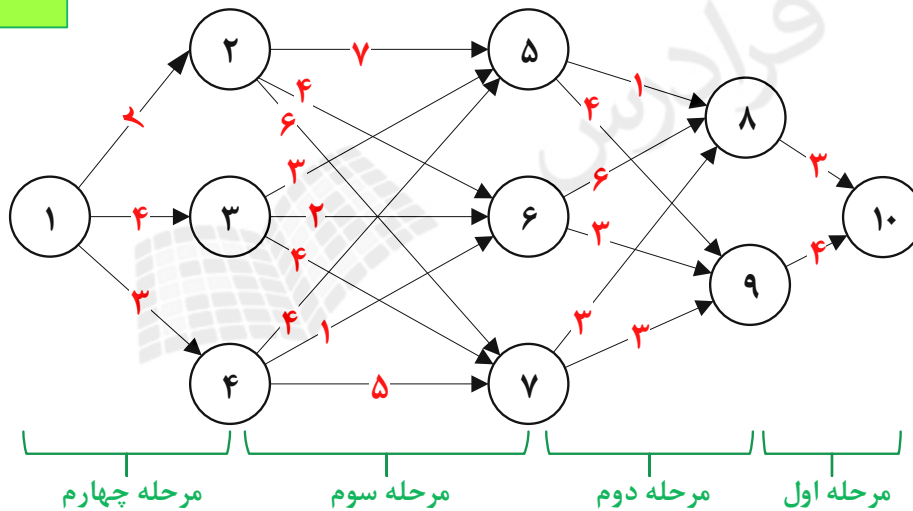
## مساله کوتاه‌ترین مسیر

جواب بهینه

$$\begin{cases} x_4^* = 3 \\ x_3^* = 5 \\ x_2^* = 8 \\ x_1^* = 10 \\ f^* = \end{cases}$$

| مرحله دوم            |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۸   | ۹   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۵                    | ۱+۳ | ۴+۴ | ۴            | ۸       |
| ۶                    | ۶+۳ | ۳+۴ | ۷            | ۹       |
| ۷                    | ۳+۳ | ۳+۴ | ۶            | ۸       |

| مرحله اول            |    |              |         |
|----------------------|----|--------------|---------|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۱۰ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۸                    | ۳  | ۳            | ۱۰      |
| ۹                    | ۴  | ۴            | ۱۰      |



| مرحله سوم            |     |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|-----|--------------|---------|
| $S_3 \backslash X_3$ | ۵   | ۶   | ۷   | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۲                    | ۷+۴ | ۴+۷ | ۶+۶ | ۱۱           | ۵ یا ۶  |
| ۳                    | ۳+۴ | ۲+۷ | ۴+۶ | ۷            | ۵       |
| ۴                    | ۴+۴ | ۱+۷ | ۵+۶ | ۸            | ۵ یا ۶  |

| مرحله چهارم          |      |     |     |              |         |
|----------------------|------|-----|-----|--------------|---------|
| $S_4 \backslash X_4$ | ۲    | ۳   | ۴   | $f_4^*(s_4)$ | $x_4^*$ |
| ۱                    | ۲+۱۱ | ۴+۷ | ۳+۸ | ۱۱           | ۳ یا ۴  |

## مساله کوتاه‌ترین مسیر

جواب بهینه

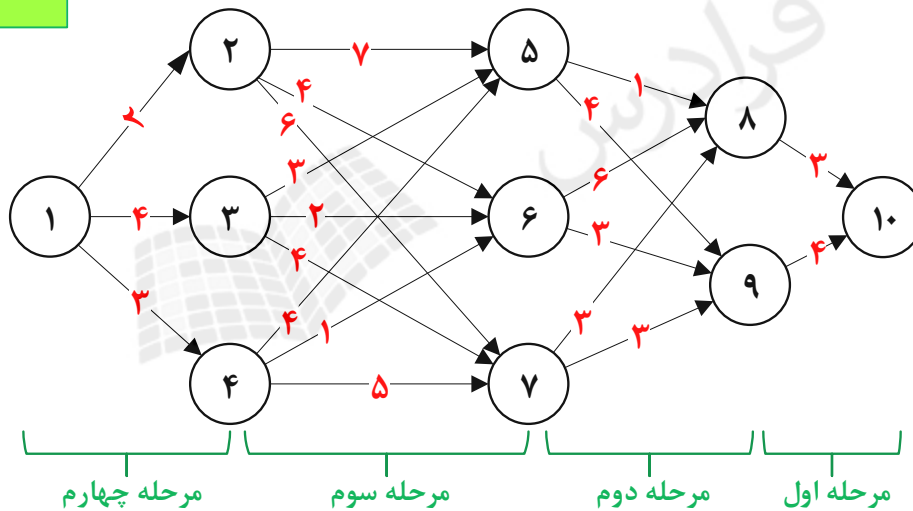
$$\begin{cases} x_4^* = 3 \\ x_3^* = 5 \\ x_2^* = 8 \\ x_1^* = 10 \\ f^* = 11 \end{cases}$$

| مرحله دوم            |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۸   | ۹   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۵                    | ۱+۳ | ۴+۴ | ۴            | ۸       |
| ۶                    | ۶+۳ | ۳+۴ | ۷            | ۹       |
| ۷                    | ۳+۳ | ۳+۴ | ۶            | ۸       |

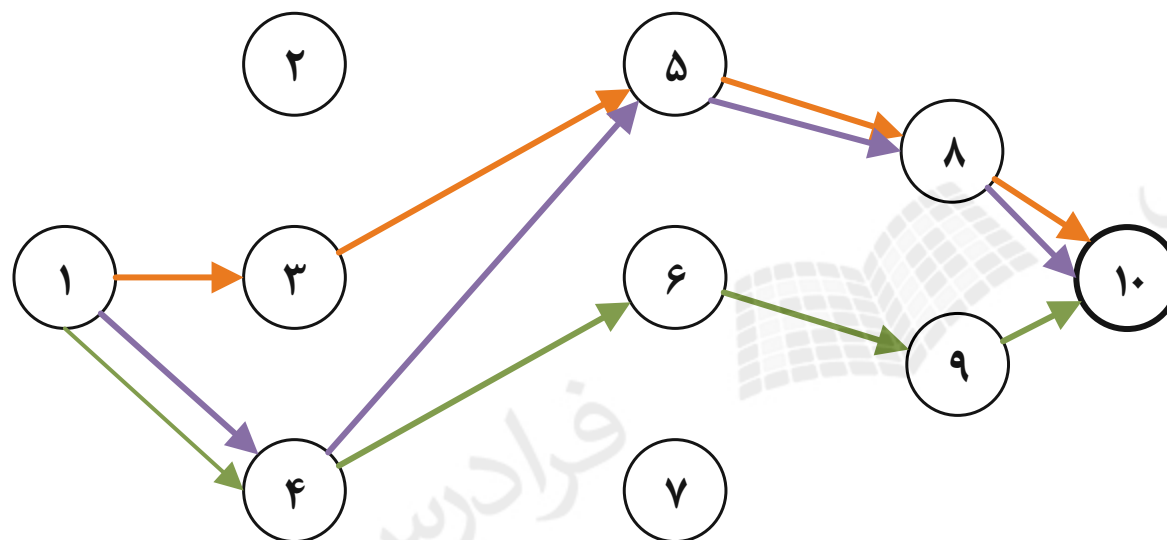
| مرحله اول            |    |              |         |
|----------------------|----|--------------|---------|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۱۰ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۸                    | ۳  | ۳            | ۱۰      |
| ۹                    | ۴  | ۴            | ۱۰      |

| مرحله سوم            |     |     |     |              |         |
|----------------------|-----|-----|-----|--------------|---------|
| $S_3 \backslash X_3$ | ۵   | ۶   | ۷   | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۲                    | ۷+۴ | ۴+۷ | ۶+۶ | ۱۱           | ۵ یا ۶  |
| ۳                    | ۳+۴ | ۲+۷ | ۴+۶ | ۷            | ۵       |
| ۴                    | ۴+۴ | ۱+۷ | ۵+۶ | ۸            | ۵ یا ۶  |

| مرحله چهارم          |      |     |     |              |         |
|----------------------|------|-----|-----|--------------|---------|
| $S_4 \backslash X_4$ | ۲    | ۳   | ۴   | $f_4^*(s_4)$ | $x_4^*$ |
| ۱                    | ۲+۱۱ | ۴+۷ | ۳+۸ | ۱۱           | ۳ یا ۴  |



## مساله کوتاه‌ترین مسیر



✓ جواب بهینه مساله

$$x_4^* = 3, x_3^* = 5, x_2^* = 8, x_1^* = 10$$

$$x_4^* = 4, x_3^* = 5, x_2^* = 8, x_1^* = 10$$

$$x_4^* = 4, x_3^* = 6, x_2^* = 9, x_1^* = 10$$

$$f^* = 11$$

جواب بهینه چندگانه

## مساله تعداد پرسنل کارگاه

 **مثال:** سرپرست یک کارگاه می‌خواهد تعداد کارگر در ۵ هفته آینده را تعیین کند. او حداقل تعداد کارگر لازم در هر هفته را می‌داند. هر کارگری که استخدام یا اخراج شود و همچنین هر وقت کارگران بیکار باشند، کارگاه را متحمل هزینه می‌کند.

اجزای مساله  
برنامه‌ریزی پویا؟

✓ مرحله: هر هفته

✓ تصمیم: تعداد استخدام یا اخراج

✓ حالت: تعداد کارگر در هفته قبل

## مساله نگهداری و تعمیرات



**مثال:** گروه نگهداری و تعمیرات در پایان هر سال باید در مورد نگهداشتن یا تعویض یک دستگاه تصمیم‌گیری کند. اگر دستگاه مدت بیشتری نگهداری شود، سود حاصل از فروش آن تنزل می‌یابد. در صورت تعویض نیز متحمل هزینه می‌شود. این دستگاه چه زمانی باید تعویض شود؟

اجزای مساله  
برنامه‌ریزی پویا؟

✓ مرحله: هر سال

✓ تصمیم: تعویض یا نگهداشتن

✓ حالت: عمر ماشین

## نکته

💡 در صورتی که «زمان» در مساله دخیل باشد، معمولا «مرحله»، همان زمان است.

## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی

 **مثال:** تخصیص ۵ تیم پزشکی بین ۳ منطقه محروم، طوری که مجموع افزایش طول عمر مناطق حداکثر شود.

افزایش طول عمر مناطق

| مناطق |     |     | تعداد تیم |
|-------|-----|-----|-----------|
| ۳     | ۲   | ۱   | پزشکی     |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰         |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱         |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲         |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳         |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴         |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵         |

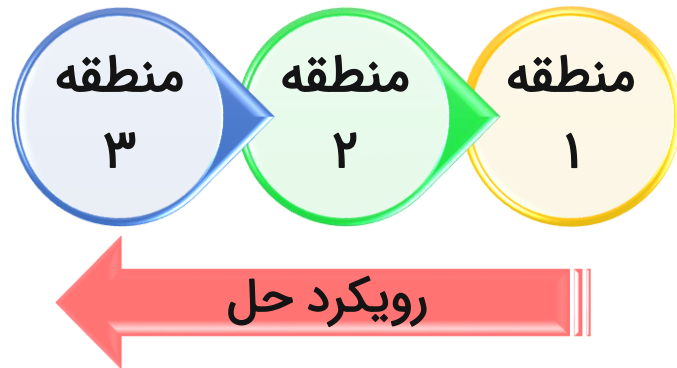
اجزای مساله  
برنامه‌ریزی پویا؟

✓ مرحله: هر منطقه

✓ تصمیم: تعداد تیم پزشکی هر منطقه

✓ حالت: تعداد تیم پزشکی باقی‌مانده

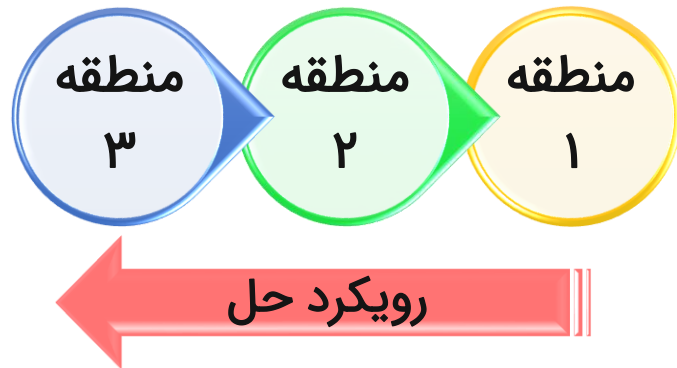
## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی



| مناطق |     |     | تعداد تیم<br>پزشکی |
|-------|-----|-----|--------------------|
| ۳     | ۲   | ۱   |                    |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰                  |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱                  |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲                  |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳                  |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴                  |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵                  |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |   |   |   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|---|---|---|---|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    |   |   |   |   |   |   |              |         |
| ۱                    |   |   |   |   |   |   |              |         |
| ۲                    |   |   |   |   |   |   |              |         |
| ۳                    |   |   |   |   |   |   |              |         |
| ۴                    |   |   |   |   |   |   |              |         |
| ۵                    |   |   |   |   |   |   |              |         |

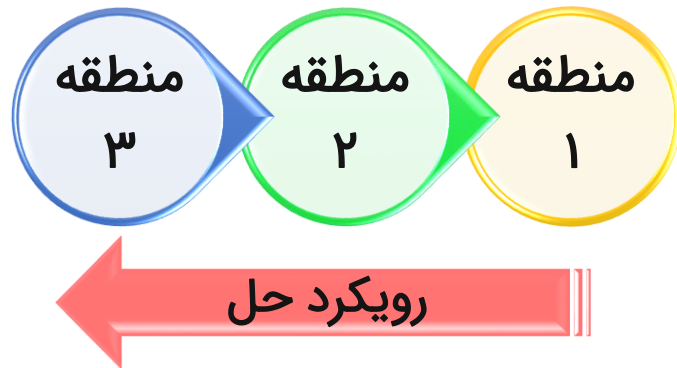
## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی



| مناطق |     |     | تعداد تیم پزشکی |
|-------|-----|-----|-----------------|
| ۳     | ۲   | ۱   |                 |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰               |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱               |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲               |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳               |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴               |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵               |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |   |   |   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|---|---|---|---|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ |   |   |   |   |   |              |         |
| ۱                    |   |   |   |   |   |   |              |         |
| ۲                    |   |   |   |   |   |   |              |         |
| ۳                    |   |   |   |   |   |   |              |         |
| ۴                    |   |   |   |   |   |   |              |         |
| ۵                    |   |   |   |   |   |   |              |         |

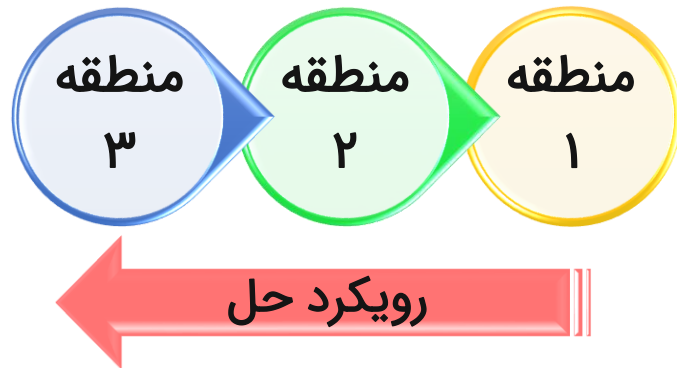
## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی



| مناطق |     |     | تعداد تیم پزشکی |
|-------|-----|-----|-----------------|
| ۳     | ۲   | ۱   |                 |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰               |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱               |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲               |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳               |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴               |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵               |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |   |   |   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|---|---|---|---|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | - | - | - | - | - |              |         |
| ۱                    |   |   |   |   |   |   |              |         |
| ۲                    |   |   |   |   |   |   |              |         |
| ۳                    |   |   |   |   |   |   |              |         |
| ۴                    |   |   |   |   |   |   |              |         |
| ۵                    |   |   |   |   |   |   |              |         |

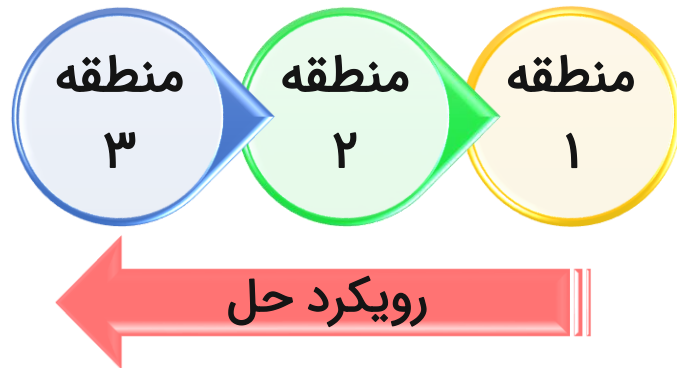
## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی



| مناطق |     |     | تعداد تیم<br>پزشکی |
|-------|-----|-----|--------------------|
| ۳     | ۲   | ۱   |                    |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰                  |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱                  |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲                  |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳                  |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴                  |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵                  |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |    |   |   |   |   |              |         |
|----------------------|---|----|---|---|---|---|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱  | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | -  | - | - | - | - |              |         |
| ۱                    | ۰ | ۵۰ | - | - | - | - |              |         |
| ۲                    |   |    |   |   |   |   |              |         |
| ۳                    |   |    |   |   |   |   |              |         |
| ۴                    |   |    |   |   |   |   |              |         |
| ۵                    |   |    |   |   |   |   |              |         |

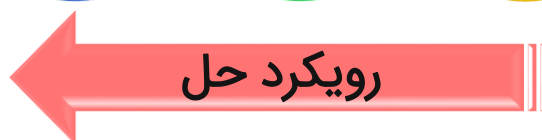
## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی



| مناطق |     |     | تعداد تیم پزشکی |
|-------|-----|-----|-----------------|
| ۳     | ۲   | ۱   |                 |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰               |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱               |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲               |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳               |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴               |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵               |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |    |    |    |     |     |              |         |
|----------------------|---|----|----|----|-----|-----|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱  | ۲  | ۳  | ۴   | ۵   | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | -  | -  | -  | -   | -   |              |         |
| ۱                    | ۰ | ۵۰ | -  | -  | -   | -   |              |         |
| ۲                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | -  | -   | -   |              |         |
| ۳                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | -   | -   |              |         |
| ۴                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | -   |              |         |
| ۵                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۳۰ |              |         |

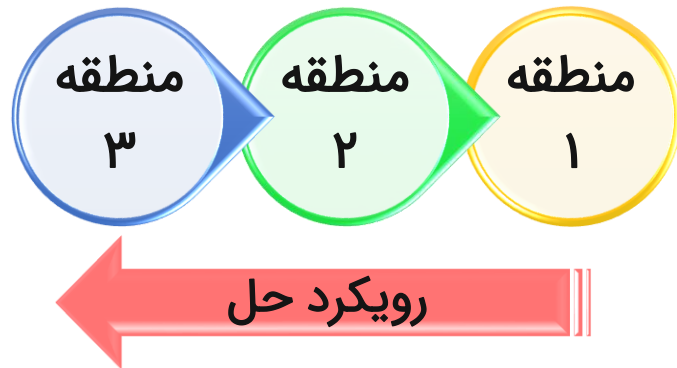
## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی



| مناطق |     |     | تعداد تیم پزشکی |
|-------|-----|-----|-----------------|
| ۳     | ۲   | ۱   |                 |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰               |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱               |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲               |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳               |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴               |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵               |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |    |    |    |     |     |              |         |
|----------------------|---|----|----|----|-----|-----|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱  | ۲  | ۳  | ۴   | ۵   | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | -  | -  | -  | -   | -   |              |         |
| ۱                    | ۰ | ۵۰ | -  | -  | -   | -   |              |         |
| ۲                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | -  | -   | -   |              |         |
| ۳                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | -   | -   |              |         |
| ۴                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | -   | ۱۰۰          | ۴       |
| ۵                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۳۰ |              |         |

## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی



| مناطق |     |     | تعداد تیم پزشکی |
|-------|-----|-----|-----------------|
| ۳     | ۲   | ۱   |                 |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰               |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱               |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲               |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳               |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴               |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵               |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |    |    |    |     |     |              |         |
|----------------------|---|----|----|----|-----|-----|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱  | ۲  | ۳  | ۴   | ۵   | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | -  | -  | -  | -   | -   | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۵۰ | -  | -  | -   | -   | ۵۰           | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | -  | -   | -   | ۷۰           | ۲       |
| ۳                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | -   | -   | ۸۰           | ۳       |
| ۴                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | -   | ۱۰۰          | ۴       |
| ۵                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۳۰ | ۱۳۰          | ۵       |

## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی



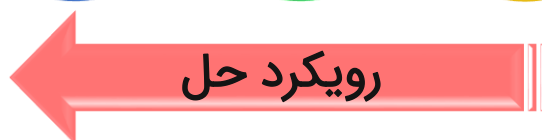
رویکرد حل

| مناطق |     |     | تعداد تیم |
|-------|-----|-----|-----------|
| ۳     | ۲   | ۱   | پزشکی     |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰         |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱         |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲         |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳         |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴         |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵         |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |    |    |    |     |     |              |         |
|----------------------|---|----|----|----|-----|-----|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱  | ۲  | ۳  | ۴   | ۵   | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | -  | -  | -  | -   | -   | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۵۰ | -  | -  | -   | -   | ۵۰           | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | -  | -   | -   | ۷۰           | ۲       |
| ۳                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | -   | -   | ۸۰           | ۳       |
| ۴                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | -   | ۱۰۰          | ۴       |
| ۵                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۳۰ | ۱۳۰          | ۵       |

| مرحله دوم (منطقه ۲)  |   |   |   |   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|---|---|---|---|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    |   |   |   |   |   |   |              |         |
| ۱                    |   |   |   |   |   |   |              |         |
| ۲                    |   |   |   |   |   |   |              |         |
| ۳                    |   |   |   |   |   |   |              |         |
| ۴                    |   |   |   |   |   |   |              |         |
| ۵                    |   |   |   |   |   |   |              |         |

## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی



| مناطق |     |     | تعداد تیم |
|-------|-----|-----|-----------|
| ۳     | ۲   | ۱   | پزشکی     |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰         |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱         |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲         |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳         |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴         |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵         |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |    |    |    |     |     |              |         |
|----------------------|---|----|----|----|-----|-----|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱  | ۲  | ۳  | ۴   | ۵   | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | -  | -  | -  | -   | -   | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۵۰ | -  | -  | -   | -   | ۵۰           | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | -  | -   | -   | ۷۰           | ۲       |
| ۳                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | -   | -   | ۸۰           | ۳       |
| ۴                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | -   | ۱۰۰          | ۴       |
| ۵                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۳۰ | ۱۳۰          | ۵       |

| مرحله دوم (منطقه ۲)  |       |   |   |   |   |   |              |         |
|----------------------|-------|---|---|---|---|---|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰     | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰   |   |   |   |   |   |              |         |
| ۱                    | ۰+۵۰  |   |   |   |   |   |              |         |
| ۲                    | ۰+۷۰  |   |   |   |   |   |              |         |
| ۳                    | ۰+۸۰  |   |   |   |   |   |              |         |
| ۴                    | ۰+۱۰۰ |   |   |   |   |   |              |         |
| ۵                    | ۰+۱۳۰ |   |   |   |   |   |              |         |

## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی

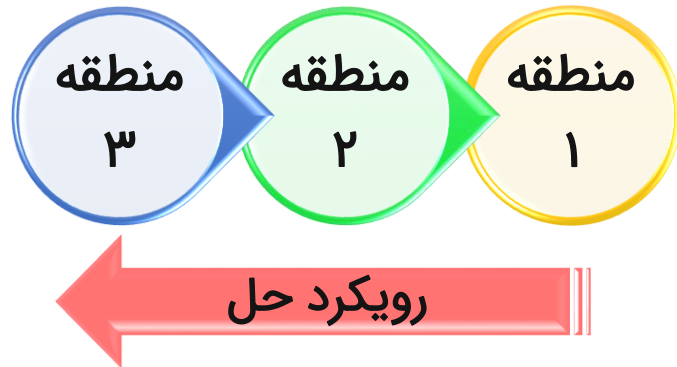


| مناطق |     |     | تعداد تیم<br>پزشکی |
|-------|-----|-----|--------------------|
| ۳     | ۲   | ۱   |                    |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰                  |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱                  |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲                  |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳                  |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴                  |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵                  |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |    |    |    |     |     |              |         |
|----------------------|---|----|----|----|-----|-----|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱  | ۲  | ۳  | ۴   | ۵   | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | -  | -  | -  | -   | -   | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۵۰ | -  | -  | -   | -   | ۵۰           | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | -  | -   | -   | ۷۰           | ۲       |
| ۳                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | -   | -   | ۸۰           | ۳       |
| ۴                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | -   | ۱۰۰          | ۴       |
| ۵                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۳۰ | ۱۳۰          | ۵       |

| مرحله دوم (منطقه ۲)  |       |        |   |   |   |   |              |         |
|----------------------|-------|--------|---|---|---|---|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰     | ۱      | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰   | -      |   |   |   |   |              |         |
| ۱                    | ۰+۵۰  | ۲۰+۰   |   |   |   |   |              |         |
| ۲                    | ۰+۷۰  | ۲۰+۵۰  |   |   |   |   |              |         |
| ۳                    | ۰+۸۰  | ۲۰+۷۰  |   |   |   |   |              |         |
| ۴                    | ۰+۱۰۰ | ۲۰+۸۰  |   |   |   |   |              |         |
| ۵                    | ۰+۱۳۰ | ۲۰+۱۰۰ |   |   |   |   |              |         |

## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی



| مناطق |     |     | تعداد تیم پزشکی |
|-------|-----|-----|-----------------|
| ۳     | ۲   | ۱   |                 |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰               |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱               |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲               |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳               |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴               |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵               |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |    |    |    |     |     |              |         |
|----------------------|---|----|----|----|-----|-----|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱  | ۲  | ۳  | ۴   | ۵   | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | -  | -  | -  | -   | -   | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۵۰ | -  | -  | -   | -   | ۵۰           | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | -  | -   | -   | ۷۰           | ۲       |
| ۳                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | -   | -   | ۸۰           | ۳       |
| ۴                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | -   | ۱۰۰          | ۴       |
| ۵                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۳۰ | ۱۳۰          | ۵       |

| مرحله دوم (منطقه ۲)  |       |        |       |   |   |   |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|---|---|---|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳ | ۴ | ۵ | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰   | -      | -     |   |   |   |              |         |
| ۱                    | ۰+۵۰  | ۲۰+۰   | -     |   |   |   |              |         |
| ۲                    | ۰+۷۰  | ۲۰+۵۰  | ۴۵+۰  |   |   |   |              |         |
| ۳                    | ۰+۸۰  | ۲۰+۷۰  | ۴۵+۵۰ |   |   |   |              |         |
| ۴                    | ۰+۱۰۰ | ۲۰+۸۰  | ۴۵+۷۰ |   |   |   |              |         |
| ۵                    | ۰+۱۳۰ | ۲۰+۱۰۰ | ۴۵+۸۰ |   |   |   |              |         |

## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی



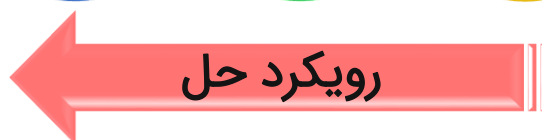
رویکرد حل

| مناطق |     |     | تعداد تیم<br>پزشکی |
|-------|-----|-----|--------------------|
| ۳     | ۲   | ۱   |                    |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰                  |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱                  |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲                  |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳                  |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴                  |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵                  |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |    |    |    |     |     |              |         |
|----------------------|---|----|----|----|-----|-----|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱  | ۲  | ۳  | ۴   | ۵   | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | -  | -  | -  | -   | -   | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۵۰ | -  | -  | -   | -   | ۵۰           | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | -  | -   | -   | ۷۰           | ۲       |
| ۳                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | -   | -   | ۸۰           | ۳       |
| ۴                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | -   | ۱۰۰          | ۴       |
| ۵                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۳۰ | ۱۳۰          | ۵       |

| مرحله دوم (منطقه ۲)  |       |        |       |       |        |       |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳     | ۴      | ۵     | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰   | -      | -     | -     | -      | -     |              |         |
| ۱                    | ۰+۵۰  | ۲۰+۰   | -     | -     | -      | -     |              |         |
| ۲                    | ۰+۷۰  | ۲۰+۵۰  | ۴۵+۰  | -     | -      | -     |              |         |
| ۳                    | ۰+۸۰  | ۲۰+۷۰  | ۴۵+۵۰ | ۷۵+۰  | -      | -     |              |         |
| ۴                    | ۰+۱۰۰ | ۲۰+۸۰  | ۴۵+۷۰ | ۷۵+۵۰ | ۱۱۰+۰  | -     |              |         |
| ۵                    | ۰+۱۳۰ | ۲۰+۱۰۰ | ۴۵+۸۰ | ۷۵+۷۰ | ۱۱۰+۵۰ | ۱۵۰+۰ |              |         |

## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی

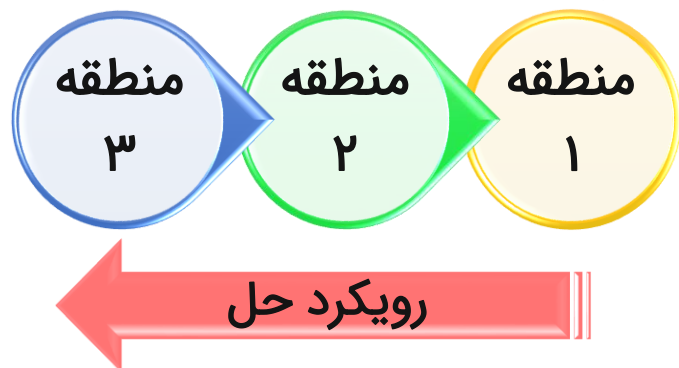


| مناطق |     |     | تعداد تیم پزشکی |
|-------|-----|-----|-----------------|
| ۳     | ۲   | ۱   |                 |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰               |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱               |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲               |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳               |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴               |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵               |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |    |    |    |     |     |              |         |
|----------------------|---|----|----|----|-----|-----|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱  | ۲  | ۳  | ۴   | ۵   | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | -  | -  | -  | -   | -   | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۵۰ | -  | -  | -   | -   | ۵۰           | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | -  | -   | -   | ۷۰           | ۲       |
| ۳                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | -   | -   | ۸۰           | ۳       |
| ۴                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | -   | ۱۰۰          | ۴       |
| ۵                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۳۰ | ۱۳۰          | ۵       |

| مرحله دوم (منطقه ۲)  |       |        |       |       |        |       |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳     | ۴      | ۵     | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰   | -      | -     | -     | -      | -     |              |         |
| ۱                    | ۰+۵۰  | ۲۰+۰   | -     | -     | -      | -     |              |         |
| ۲                    | ۰+۷۰  | ۲۰+۵۰  | ۴۵+۰  | -     | -      | -     | ۷۰           | ۰ یا ۱  |
| ۳                    | ۰+۸۰  | ۲۰+۷۰  | ۴۵+۵۰ | ۷۵+۰  | -      | -     |              |         |
| ۴                    | ۰+۱۰۰ | ۲۰+۸۰  | ۴۵+۷۰ | ۷۵+۵۰ | ۱۱۰+۰  | -     |              |         |
| ۵                    | ۰+۱۳۰ | ۲۰+۱۰۰ | ۴۵+۸۰ | ۷۵+۷۰ | ۱۱۰+۵۰ | ۱۵۰+۰ |              |         |

## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی



| مناطق |     |     | تعداد تیم پزشکی |
|-------|-----|-----|-----------------|
| ۳     | ۲   | ۱   |                 |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰               |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱               |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲               |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳               |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴               |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵               |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |    |    |    |     |     |              |         |
|----------------------|---|----|----|----|-----|-----|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱  | ۲  | ۳  | ۴   | ۵   | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | -  | -  | -  | -   | -   | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۵۰ | -  | -  | -   | -   | ۵۰           | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | -  | -   | -   | ۷۰           | ۲       |
| ۳                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | -   | -   | ۸۰           | ۳       |
| ۴                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | -   | ۱۰۰          | ۴       |
| ۵                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۳۰ | ۱۳۰          | ۵       |

| مرحله دوم (منطقه ۲)  |       |        |       |       |        |       |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳     | ۴      | ۵     | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰   | -      | -     | -     | -      | -     |              |         |
| ۱                    | ۰+۵۰  | ۲۰+۰   | -     | -     | -      | -     |              |         |
| ۲                    | ۰+۷۰  | ۲۰+۵۰  | ۴۵+۰  | -     | -      | -     | ۷۰           | ۱ یا ۰  |
| ۳                    | ۰+۸۰  | ۲۰+۷۰  | ۴۵+۵۰ | ۷۵+۰  | -      | -     |              |         |
| ۴                    | ۰+۱۰۰ | ۲۰+۸۰  | ۴۵+۷۰ | ۷۵+۵۰ | ۱۱۰+۰  | -     |              |         |
| ۵                    | ۰+۱۳۰ | ۲۰+۱۰۰ | ۴۵+۸۰ | ۷۵+۷۰ | ۱۱۰+۵۰ | ۱۵۰+۰ | ۱۶۰          | ۴       |

## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی



| مناطق |     |     | تعداد تیم |
|-------|-----|-----|-----------|
| ۳     | ۲   | ۱   | پزشکی     |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰         |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱         |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲         |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳         |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴         |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵         |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |    |    |    |     |     |              |         |
|----------------------|---|----|----|----|-----|-----|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱  | ۲  | ۳  | ۴   | ۵   | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | -  | -  | -  | -   | -   | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۵۰ | -  | -  | -   | -   | ۵۰           | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | -  | -   | -   | ۷۰           | ۲       |
| ۳                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | -   | -   | ۸۰           | ۳       |
| ۴                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | -   | ۱۰۰          | ۴       |
| ۵                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۳۰ | ۱۳۰          | ۵       |

| مرحله دوم (منطقه ۲)  |       |        |       |       |        |       |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳     | ۴      | ۵     | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰   | -      | -     | -     | -      | -     | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰+۵۰  | ۲۰+۰   | -     | -     | -      | -     | ۵۰           | ۰       |
| ۲                    | ۰+۷۰  | ۲۰+۵۰  | ۴۵+۰  | -     | -      | -     | ۷۰           | ۱ یا ۰  |
| ۳                    | ۰+۸۰  | ۲۰+۷۰  | ۴۵+۵۰ | ۷۵+۰  | -      | -     | ۹۵           | ۲       |
| ۴                    | ۰+۱۰۰ | ۲۰+۸۰  | ۴۵+۷۰ | ۷۵+۵۰ | ۱۱۰+۰  | -     | ۱۲۵          | ۳       |
| ۵                    | ۰+۱۳۰ | ۲۰+۱۰۰ | ۴۵+۸۰ | ۷۵+۷۰ | ۱۱۰+۵۰ | ۱۵۰+۰ | ۱۶۰          | ۴       |

## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی

| مرحله سوم (منطقه ۳)  |   |   |   |   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|---|---|---|---|--------------|---------|
| $s_3 \backslash x_3$ | ۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۵                    |   |   |   |   |   |   |              |         |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |    |    |    |     |     |              |         |
|----------------------|---|----|----|----|-----|-----|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱  | ۲  | ۳  | ۴   | ۵   | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | -  | -  | -  | -   | -   | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۵۰ | -  | -  | -   | -   | ۵۰           | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | -  | -   | -   | ۷۰           | ۲       |
| ۳                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | -   | -   | ۸۰           | ۳       |
| ۴                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | -   | ۱۰۰          | ۴       |
| ۵                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۳۰ | ۱۳۰          | ۵       |

| مناطق |     |     | تعداد تیم<br>پزشکی |
|-------|-----|-----|--------------------|
| ۳     | ۲   | ۱   |                    |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰                  |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱                  |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲                  |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳                  |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴                  |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵                  |

| مرحله دوم (منطقه ۲)  |       |        |       |       |        |       |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳     | ۴      | ۵     | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰   | -      | -     | -     | -      | -     | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰+۵۰  | ۲۰+۰   | -     | -     | -      | -     | ۵۰           | ۰       |
| ۲                    | ۰+۷۰  | ۲۰+۵۰  | ۴۵+۰  | -     | -      | -     | ۷۰           | ۱ یا ۰  |
| ۳                    | ۰+۸۰  | ۲۰+۷۰  | ۴۵+۵۰ | ۷۵+۰  | -      | -     | ۹۵           | ۲       |
| ۴                    | ۰+۱۰۰ | ۲۰+۸۰  | ۴۵+۷۰ | ۷۵+۵۰ | ۱۱۰+۰  | -     | ۱۲۵          | ۳       |
| ۵                    | ۰+۱۳۰ | ۲۰+۱۰۰ | ۴۵+۸۰ | ۷۵+۷۰ | ۱۱۰+۵۰ | ۱۵۰+۰ | ۱۶۰          | ۴       |

## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی

| مرحله سوم (منطقه ۳)  |       |   |   |   |   |   |              |         |
|----------------------|-------|---|---|---|---|---|--------------|---------|
| $s_3 \backslash x_3$ | ۰     | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۵                    | ۰+۱۶۰ |   |   |   |   |   |              |         |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |    |    |    |     |     |              |         |
|----------------------|---|----|----|----|-----|-----|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱  | ۲  | ۳  | ۴   | ۵   | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | -  | -  | -  | -   | -   | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۵۰ | -  | -  | -   | -   | ۵۰           | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | -  | -   | -   | ۷۰           | ۲       |
| ۳                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | -   | -   | ۸۰           | ۳       |
| ۴                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | -   | ۱۰۰          | ۴       |
| ۵                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۳۰ | ۱۳۰          | ۵       |

| مناطق |     |     | تعداد تیم<br>پزشکی |
|-------|-----|-----|--------------------|
| ۳     | ۲   | ۱   |                    |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰                  |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱                  |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲                  |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳                  |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴                  |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵                  |

| مرحله دوم (منطقه ۲)  |       |        |       |       |        |       |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳     | ۴      | ۵     | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰   | -      | -     | -     | -      | -     | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰+۵۰  | ۲۰+۰   | -     | -     | -      | -     | ۵۰           | ۰       |
| ۲                    | ۰+۷۰  | ۲۰+۵۰  | ۴۵+۰  | -     | -      | -     | ۷۰           | ۱ یا ۰  |
| ۳                    | ۰+۸۰  | ۲۰+۷۰  | ۴۵+۵۰ | ۷۵+۰  | -      | -     | ۹۵           | ۲       |
| ۴                    | ۰+۱۰۰ | ۲۰+۸۰  | ۴۵+۷۰ | ۷۵+۵۰ | ۱۱۰+۰  | -     | ۱۲۵          | ۳       |
| ۵                    | ۰+۱۳۰ | ۲۰+۱۰۰ | ۴۵+۸۰ | ۷۵+۷۰ | ۱۱۰+۵۰ | ۱۵۰+۰ | ۱۶۰          | ۴       |

## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی

| مرحله سوم (منطقه ۳)  |       |        |       |       |        |       |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------------|---------|
| $S_3 \backslash X_3$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳     | ۴      | ۵     | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۵                    | ۰+۱۶۰ | ۴۵+۱۲۵ | ۷۰+۹۵ | ۹۰+۷۰ | ۱۰۵+۸۰ | ۱۲۰+۰ |              |         |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |    |    |    |     |     |              |         |
|----------------------|---|----|----|----|-----|-----|--------------|---------|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۰ | ۱  | ۲  | ۳  | ۴   | ۵   | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | -  | -  | -  | -   | -   | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۵۰ | -  | -  | -   | -   | ۵۰           | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | -  | -   | -   | ۷۰           | ۲       |
| ۳                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | -   | -   | ۸۰           | ۳       |
| ۴                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | -   | ۱۰۰          | ۴       |
| ۵                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۳۰ | ۱۳۰          | ۵       |

| مناطق |     |     | تعداد تیم<br>پزشکی |
|-------|-----|-----|--------------------|
| ۳     | ۲   | ۱   |                    |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰                  |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱                  |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲                  |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳                  |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴                  |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵                  |

| مرحله دوم (منطقه ۲)  |       |        |       |       |        |       |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳     | ۴      | ۵     | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰   | -      | -     | -     | -      | -     | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰+۵۰  | ۲۰+۰   | -     | -     | -      | -     | ۵۰           | ۰       |
| ۲                    | ۰+۷۰  | ۲۰+۵۰  | ۴۵+۰  | -     | -      | -     | ۷۰           | ۱ یا ۰  |
| ۳                    | ۰+۸۰  | ۲۰+۷۰  | ۴۵+۵۰ | ۷۵+۰  | -      | -     | ۹۵           | ۲       |
| ۴                    | ۰+۱۰۰ | ۲۰+۸۰  | ۴۵+۷۰ | ۷۵+۵۰ | ۱۱۰+۰  | -     | ۱۲۵          | ۳       |
| ۵                    | ۰+۱۳۰ | ۲۰+۱۰۰ | ۴۵+۸۰ | ۷۵+۷۰ | ۱۱۰+۵۰ | ۱۵۰+۰ | ۱۶۰          | ۴       |

## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی

| مرحله سوم (منطقه ۳)  |       |        |       |       |        |       |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------------|---------|
| $s_3 \backslash x_3$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳     | ۴      | ۵     | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۵                    | ۰+۱۶۰ | ۴۵+۱۲۵ | ۷۰+۹۵ | ۹۰+۷۰ | ۱۰۵+۸۰ | ۱۲۰+۰ | ۱۷۰          | ۱       |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |    |    |    |     |     |              |         |
|----------------------|---|----|----|----|-----|-----|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱  | ۲  | ۳  | ۴   | ۵   | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | -  | -  | -  | -   | -   | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۵۰ | -  | -  | -   | -   | ۵۰           | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | -  | -   | -   | ۷۰           | ۲       |
| ۳                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | -   | -   | ۸۰           | ۳       |
| ۴                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | -   | ۱۰۰          | ۴       |
| ۵                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۳۰ | ۱۳۰          | ۵       |

| مناطق |     |     | تعداد تیم<br>پزشکی |
|-------|-----|-----|--------------------|
| ۳     | ۲   | ۱   |                    |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰                  |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱                  |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲                  |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳                  |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴                  |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵                  |

| مرحله دوم (منطقه ۲)  |       |        |       |       |        |       |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳     | ۴      | ۵     | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰   | -      | -     | -     | -      | -     | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰+۵۰  | ۲۰+۰   | -     | -     | -      | -     | ۵۰           | ۰       |
| ۲                    | ۰+۷۰  | ۲۰+۵۰  | ۴۵+۰  | -     | -      | -     | ۷۰           | ۱ یا ۰  |
| ۳                    | ۰+۸۰  | ۲۰+۷۰  | ۴۵+۵۰ | ۷۵+۰  | -      | -     | ۹۵           | ۲       |
| ۴                    | ۰+۱۰۰ | ۲۰+۸۰  | ۴۵+۷۰ | ۷۵+۵۰ | ۱۱۰+۰  | -     | ۱۲۵          | ۳       |
| ۵                    | ۰+۱۳۰ | ۲۰+۱۰۰ | ۴۵+۸۰ | ۷۵+۷۰ | ۱۱۰+۵۰ | ۱۵۰+۰ | ۱۶۰          | ۴       |

## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی

| مرحله سوم (منطقه ۳)  |       |        |       |       |        |       |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------------|---------|
| $s_3 \backslash x_3$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳     | ۴      | ۵     | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۵                    | ۰+۱۶۰ | ۴۵+۱۲۵ | ۷۰+۹۵ | ۹۰+۷۰ | ۱۰۵+۸۰ | ۱۲۰+۰ | ۱۷۰          | ۱       |

$$x_3^* = 1 \quad x_2^* = \quad x_1^* = \quad f^* = 170$$

جواب بهینه

| مناطق |     |     | تعداد تیم<br>پزشکی |
|-------|-----|-----|--------------------|
| ۳     | ۲   | ۱   |                    |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰                  |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱                  |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲                  |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳                  |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴                  |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵                  |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |    |    |    |     |     |              |         |
|----------------------|---|----|----|----|-----|-----|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱  | ۲  | ۳  | ۴   | ۵   | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | -  | -  | -  | -   | -   | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۵۰ | -  | -  | -   | -   | ۵۰           | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | -  | -   | -   | ۷۰           | ۲       |
| ۳                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | -   | -   | ۸۰           | ۳       |
| ۴                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | -   | ۱۰۰          | ۴       |
| ۵                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۳۰ | ۱۳۰          | ۵       |

| مرحله دوم (منطقه ۲)  |       |        |       |       |        |       |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳     | ۴      | ۵     | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰   | -      | -     | -     | -      | -     | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰+۵۰  | ۲۰+۰   | -     | -     | -      | -     | ۵۰           | ۰       |
| ۲                    | ۰+۷۰  | ۲۰+۵۰  | ۴۵+۰  | -     | -      | -     | ۷۰           | ۱ یا ۰  |
| ۳                    | ۰+۸۰  | ۲۰+۷۰  | ۴۵+۵۰ | ۷۵+۰  | -      | -     | ۹۵           | ۲       |
| ۴                    | ۰+۱۰۰ | ۲۰+۸۰  | ۴۵+۷۰ | ۷۵+۵۰ | ۱۱۰+۰  | -     | ۱۲۵          | ۳       |
| ۵                    | ۰+۱۳۰ | ۲۰+۱۰۰ | ۴۵+۸۰ | ۷۵+۷۰ | ۱۱۰+۵۰ | ۱۵۰+۰ | ۱۶۰          | ۴       |

## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی

| مرحله سوم (منطقه ۳)  |       |        |       |       |        |       |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------------|---------|
| $s_3 \backslash x_3$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳     | ۴      | ۵     | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۵                    | ۰+۱۶۰ | ۴۵+۱۲۵ | ۷۰+۹۵ | ۹۰+۷۰ | ۱۰۵+۸۰ | ۱۲۰+۰ | ۱۷۰          | ۱       |

$$x_3^* = 1 \quad x_2^* = 3 \quad x_1^* = \quad f^* = 170$$

جواب بهینه

| مناطق |     |     | تعداد تیم<br>پزشکی |
|-------|-----|-----|--------------------|
| ۳     | ۲   | ۱   |                    |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰                  |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱                  |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲                  |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳                  |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴                  |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵                  |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |    |    |    |     |     |              |         |
|----------------------|---|----|----|----|-----|-----|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱  | ۲  | ۳  | ۴   | ۵   | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | -  | -  | -  | -   | -   | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۵۰ | -  | -  | -   | -   | ۵۰           | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | -  | -   | -   | ۷۰           | ۲       |
| ۳                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | -   | -   | ۸۰           | ۳       |
| ۴                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | -   | ۱۰۰          | ۴       |
| ۵                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۳۰ | ۱۳۰          | ۵       |

| مرحله دوم (منطقه ۲)  |       |        |       |       |        |       |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳     | ۴      | ۵     | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰   | -      | -     | -     | -      | -     | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰+۵۰  | ۲۰+۰   | -     | -     | -      | -     | ۵۰           | ۰       |
| ۲                    | ۰+۷۰  | ۲۰+۵۰  | ۴۵+۰  | -     | -      | -     | ۷۰           | ۱ یا ۰  |
| ۳                    | ۰+۸۰  | ۲۰+۷۰  | ۴۵+۵۰ | ۷۵+۰  | -      | -     | ۹۵           | ۲       |
| ۴                    | ۰+۱۰۰ | ۲۰+۸۰  | ۴۵+۷۰ | ۷۵+۵۰ | ۱۱۰+۰  | -     | ۱۲۵          | ۳       |
| ۵                    | ۰+۱۳۰ | ۲۰+۱۰۰ | ۴۵+۸۰ | ۷۵+۷۰ | ۱۱۰+۵۰ | ۱۵۰+۰ | ۱۶۰          | ۴       |

## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی

| مرحله سوم (منطقه ۳)  |       |        |       |       |        |       |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------------|---------|
| $s_3 \backslash x_3$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳     | ۴      | ۵     | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۵                    | ۰+۱۶۰ | ۴۵+۱۲۵ | ۷۰+۹۵ | ۹۰+۷۰ | ۱۰۵+۸۰ | ۱۲۰+۰ | ۱۷۰          | ۱       |

$$x_3^* = 1 \quad x_2^* = 3 \quad x_1^* = 1 \quad f^* = 170$$

جواب بهینه

| مناطق |     |     | تعداد تیم<br>پزشکی |
|-------|-----|-----|--------------------|
| ۳     | ۲   | ۱   |                    |
| ۰     | ۰   | ۰   | ۰                  |
| ۴۵    | ۲۰  | ۵۰  | ۱                  |
| ۷۰    | ۴۵  | ۷۰  | ۲                  |
| ۹۰    | ۷۵  | ۸۰  | ۳                  |
| ۱۰۵   | ۱۱۰ | ۱۰۰ | ۴                  |
| ۱۲۰   | ۱۵۰ | ۱۳۰ | ۵                  |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |    |    |    |     |     |              |         |
|----------------------|---|----|----|----|-----|-----|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱  | ۲  | ۳  | ۴   | ۵   | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | -  | -  | -  | -   | -   | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۵۰ | -  | -  | -   | -   | ۵۰           | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | -  | -   | -   | ۷۰           | ۲       |
| ۳                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | -   | -   | ۸۰           | ۳       |
| ۴                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | -   | ۱۰۰          | ۴       |
| ۵                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۳۰ | ۱۳۰          | ۵       |

| مرحله دوم (منطقه ۲)  |       |        |       |       |        |       |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳     | ۴      | ۵     | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰   | -      | -     | -     | -      | -     | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰+۵۰  | ۲۰+۰   | -     | -     | -      | -     | ۵۰           | ۰       |
| ۲                    | ۰+۷۰  | ۲۰+۵۰  | ۴۵+۰  | -     | -      | -     | ۷۰           | ۱ یا ۰  |
| ۳                    | ۰+۸۰  | ۲۰+۷۰  | ۴۵+۵۰ | ۷۵+۰  | -      | -     | ۹۵           | ۲       |
| ۴                    | ۰+۱۰۰ | ۲۰+۸۰  | ۴۵+۷۰ | ۷۵+۵۰ | ۱۱۰+۰  | -     | ۱۲۵          | ۳       |
| ۵                    | ۰+۱۳۰ | ۲۰+۱۰۰ | ۴۵+۸۰ | ۷۵+۷۰ | ۱۱۰+۵۰ | ۱۵۰+۰ | ۱۶۰          | ۴       |

## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی - حالت دوم

 **مثال:** اگر در مساله قبل، نیاز باشد به هر منطقه یک تیم پزشکی تخصیص داده شود، حل مساله چه تغییر می‌کند؟



## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی - حالت دوم

| مرحله سوم (منطقه ۳)  |       |        |       |       |        |       |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------------|---------|
| $s_3 \backslash x_3$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳     | ۴      | ۵     | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۵                    | ۰+۱۶۰ | ۴۵+۱۲۵ | ۷۰+۹۵ | ۹۰+۷۰ | ۱۰۵+۸۰ | ۱۲۰+۰ | ۱۷۰          | ۱       |

$$x_3^* = 1 \quad x_2^* = 3 \quad x_1^* = 1 \quad f^* = 170$$

جواب بهینه

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |    |    |    |     |     |              |         |
|----------------------|---|----|----|----|-----|-----|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱  | ۲  | ۳  | ۴   | ۵   | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | -  | -  | -  | -   | -   | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۵۰ | -  | -  | -   | -   | ۵۰           | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | -  | -   | -   | ۷۰           | ۲       |
| ۳                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | -   | -   | ۸۰           | ۳       |
| ۴                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | -   | ۱۰۰          | ۴       |
| ۵                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۳۰ | ۱۳۰          | ۵       |

| مرحله دوم (منطقه ۲)  |       |        |       |       |        |       |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳     | ۴      | ۵     | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰   | -      | -     | -     | -      | -     | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰+۵۰  | ۲۰+۰   | -     | -     | -      | -     | ۵۰           | ۰       |
| ۲                    | ۰+۷۰  | ۲۰+۵۰  | ۴۵+۰  | -     | -      | -     | ۷۰           | ۱ یا ۰  |
| ۳                    | ۰+۸۰  | ۲۰+۷۰  | ۴۵+۵۰ | ۷۵+۰  | -      | -     | ۹۵           | ۲       |
| ۴                    | ۰+۱۰۰ | ۲۰+۸۰  | ۴۵+۷۰ | ۷۵+۵۰ | ۱۱۰+۰  | -     | ۱۲۵          | ۳       |
| ۵                    | ۰+۱۳۰ | ۲۰+۱۰۰ | ۴۵+۸۰ | ۷۵+۷۰ | ۱۱۰+۵۰ | ۱۵۰+۰ | ۱۶۰          | ۴       |

## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی - حالت دوم

| مرحله سوم (منطقه ۳)  |       |        |       |       |        |       |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------------|---------|
| $s_3 \backslash x_3$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳     | ۴      | ۵     | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۵                    | ۰+۱۶۰ | ۴۵+۱۲۵ | ۷۰+۹۵ | ۹۰+۷۰ | ۱۰۵+۸۰ | ۱۲۰+۰ | ۱۷۰          | ۱       |

$$x_3^* = 1 \quad x_2^* = 3 \quad x_1^* = 1 \quad f^* = 170$$

جواب بهینه

| مرحله اول (منطقه ۱)  |    |    |    |     |     |   |              |         |
|----------------------|----|----|----|-----|-----|---|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰  | ۱  | ۲  | ۳   | ۴   | ۵ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰  | -  | -  | -   | -   | - | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۵۰ | -  | -  | -   | -   | - | ۵۰           | ۱       |
| ۲                    | ۵۰ | ۷۰ | -  | -   | -   | - | ۷۰           | ۲       |
| ۳                    | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | -   | -   | - | ۸۰           | ۳       |
| ۴                    | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | -   | - | ۱۰۰          | ۴       |
| ۵                    | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۲۰ | - | ۱۲۰          | ۵       |

| مرحله دوم (منطقه ۲)  |       |        |       |       |        |       |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳     | ۴      | ۵     | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰   | -      | -     | -     | -      | -     | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰+۵۰  | ۲۰+۰   | -     | -     | -      | -     | ۵۰           | ۰       |
| ۲                    | ۰+۷۰  | ۲۰+۵۰  | ۴۵+۰  | -     | -      | -     | ۷۰           | ۱ یا ۰  |
| ۳                    | ۰+۸۰  | ۲۰+۷۰  | ۴۵+۵۰ | ۷۵+۰  | -      | -     | ۹۵           | ۲       |
| ۴                    | ۰+۱۰۰ | ۲۰+۸۰  | ۴۵+۷۰ | ۷۵+۵۰ | ۱۱۰+۰  | -     | ۱۲۵          | ۳       |
| ۵                    | ۰+۱۲۰ | ۲۰+۱۰۰ | ۴۵+۸۰ | ۷۵+۷۰ | ۱۱۰+۵۰ | ۱۵۰+۰ | ۱۶۰          | ۴       |

## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی - حالت دوم

| مرحله سوم (منطقه ۳)  |       |        |       |       |        |       |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------------|---------|
| $s_3 \backslash x_3$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳     | ۴      | ۵     | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۵                    | ۰+۱۶۰ | ۴۵+۱۲۵ | ۷۰+۹۵ | ۹۰+۷۰ | ۱۰۵+۸۰ | ۱۲۰+۰ | ۱۷۰          | ۱       |

$$x_3^* = 1 \quad x_2^* = 3 \quad x_1^* = 1 \quad f^* = 170$$

جواب بهینه

| مرحله اول (منطقه ۱)  |   |    |    |    |     |     |              |         |
|----------------------|---|----|----|----|-----|-----|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱  | ۲  | ۳  | ۴   | ۵   | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | -  | -  | -  | -   | -   | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۵۰ | -  | -  | -   | -   | ۵۰           | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | -  | -   | -   | ۷۰           | ۲       |
| ۳                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | -   | -   | ۸۰           | ۳       |
| ۴                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | -   | ۱۰۰          | ۴       |
| ۵                    | ۰ | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۱۲۰ | ۱۲۰          | ۵       |

| مرحله دوم (منطقه ۲)  |       |        |       |       |        |       |              |         |
|----------------------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰     | ۱      | ۲     | ۳     | ۴      | ۵     | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰   | -      | -     | -     | -      | -     | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰+۵۰  | ۲۰+۰   | -     | -     | -      | -     | ۵۰           | ۰ یا ۱  |
| ۲                    | ۰+۷۰  | ۲۰+۵۰  | ۴۵+۰  | -     | -      | -     | ۷۰           | ۱ یا ۰  |
| ۳                    | ۰+۸۰  | ۲۰+۷۰  | ۴۵+۵۰ | ۷۵+۰  | -      | -     | ۹۵           | ۲       |
| ۴                    | ۰+۱۰۰ | ۲۰+۸۰  | ۴۵+۷۰ | ۷۵+۵۰ | ۱۱۰+۰  | -     | ۱۲۵          | ۳       |
| ۵                    | ۰+۱۲۰ | ۲۰+۱۰۰ | ۴۵+۸۰ | ۷۵+۷۰ | ۱۱۰+۵۰ | ۱۵۰+۰ | ۱۶۰          | ۴       |

## مساله تخصیص تیم‌های پزشکی - حالت دوم

| مرحله سوم (منطقه ۳)  |          |         |         |              |         |
|----------------------|----------|---------|---------|--------------|---------|
| $S_3 \backslash X_3$ | ۱        | ۲       | ۳       | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۵                    | $۴۵+۱۲۵$ | $۷۰+۹۵$ | $۹۰+۷۰$ | ۱۷۰          | ۱       |

| مرحله اول (منطقه ۱)  |    |    |    |              |         |
|----------------------|----|----|----|--------------|---------|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۱  | ۲  | ۳  | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۱                    | ۵۰ | -  | -  | ۵۰           | ۱       |
| ۲                    | ۵۰ | ۷۰ | -  | ۷۰           | ۲       |
| ۳                    | ۵۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۸۰           | ۳       |

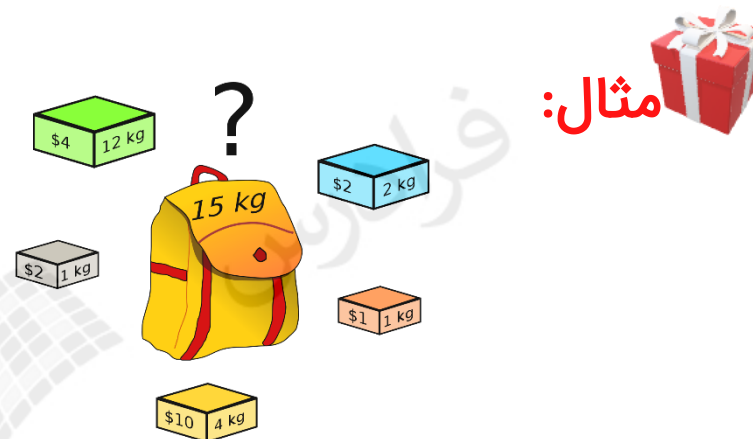
$$x_3^* = 1 \quad x_2^* = 3 \quad x_1^* = 1 \quad f^* = 170$$

جواب بهینه

| مرحله دوم (منطقه ۲)  |         |         |         |              |         |
|----------------------|---------|---------|---------|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۱       | ۲       | ۳       | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۲                    | $۲۰+۵۰$ | $۴۵+۰$  | -       | ۷۰           | ۱ یا ۰  |
| ۳                    | $۲۰+۷۰$ | $۴۵+۵۰$ | $۷۵+۰$  | ۹۵           | ۲       |
| ۴                    | $۲۰+۸۰$ | $۴۵+۷۰$ | $۷۵+۵۰$ | ۱۲۵          | ۳       |

## مساله کوله‌پشتی

| کالا            | ۱                          | ۲  | ۳ | ۴  | ۵ |
|-----------------|----------------------------|----|---|----|---|
| وزن (کیلوگرم)   | ۲                          | ۱۲ | ۱ | ۴  | ۱ |
| ارزش            | ۲                          | ۴  | ۲ | ۱۰ | ۱ |
| ظرفیت کوله‌پشتی | ۱۵ کیلوگرم                 |    |   |    |   |
| هدف             | حداکثر کردن ارزش داخل کوله |    |   |    |   |



اجزای مساله  
برنامه‌ریزی پویا؟

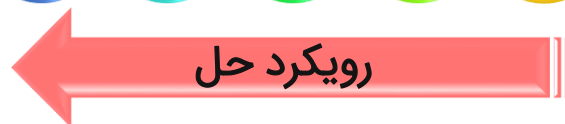
✓ مرحله: هر کالا

✓ تصمیم: قرار دادن یا ندادن کالا در کوله

✓ حالت: ظرفیت باقی‌مانده کوله

## مساله کوله‌پشتی

|   |    |   |    |   |      |
|---|----|---|----|---|------|
| ۲ | ۱۲ | ۱ | ۴  | ۱ | وزن  |
| ۲ | ۴  | ۲ | ۱۰ | ۱ | ارزش |



| مرحله اول (کالا ۵)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    |   |   |              |         |
| ۱                    |   |   |              |         |
| ۲                    |   |   |              |         |
| ۳                    |   |   |              |         |
| ۸                    |   |   |              |         |
| ۹                    |   |   |              |         |
| ۱۰                   |   |   |              |         |
| ۱۱                   |   |   |              |         |
| ۱۲                   |   |   |              |         |
| ۱۳                   |   |   |              |         |
| ۱۴                   |   |   |              |         |
| ۱۵                   |   |   |              |         |

## مساله کوله‌پشتی

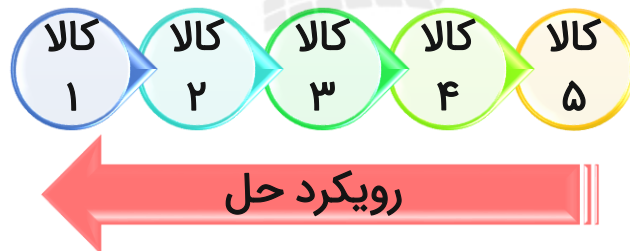
|   |    |   |    |   |      |
|---|----|---|----|---|------|
| ۲ | ۱۲ | ۱ | ۴  | ۱ | وزن  |
| ۲ | ۴  | ۲ | ۱۰ | ۱ | ارزش |



| مرحله اول (کالا ۵)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ |   |              |         |
| ۱                    | ۰ |   |              |         |
| ۲                    | ۰ |   |              |         |
| ۳                    | ۰ |   |              |         |
| ۸                    | ۰ |   |              |         |
| ۹                    | ۰ |   |              |         |
| ۱۰                   | ۰ |   |              |         |
| ۱۱                   | ۰ |   |              |         |
| ۱۲                   | ۰ |   |              |         |
| ۱۳                   | ۰ |   |              |         |
| ۱۴                   | ۰ |   |              |         |
| ۱۵                   | ۰ |   |              |         |

## مساله کوله‌پشتی

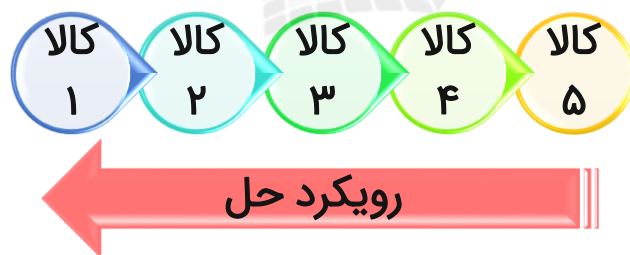
|   |    |   |    |   |      |
|---|----|---|----|---|------|
| ۲ | ۱۲ | ۱ | ۴  | ۱ | وزن  |
| ۲ | ۴  | ۲ | ۱۰ | ۱ | ارزش |



| مرحله اول (کالا ۵)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | - |              |         |
| ۱                    | ۰ | ۱ |              |         |
| ۲                    | ۰ | ۱ |              |         |
| ۳                    | ۰ | ۱ |              |         |
| ۸                    | ۰ | ۱ |              |         |
| ۹                    | ۰ | ۱ |              |         |
| ۱۰                   | ۰ | ۱ |              |         |
| ۱۱                   | ۰ | ۱ |              |         |
| ۱۲                   | ۰ | ۱ |              |         |
| ۱۳                   | ۰ | ۱ |              |         |
| ۱۴                   | ۰ | ۱ |              |         |
| ۱۵                   | ۰ | ۱ |              |         |

## مساله کوله‌پشتی

|   |    |   |    |   |      |
|---|----|---|----|---|------|
| ۲ | ۱۲ | ۱ | ۴  | ۱ | وزن  |
| ۲ | ۴  | ۲ | ۱۰ | ۱ | ارزش |



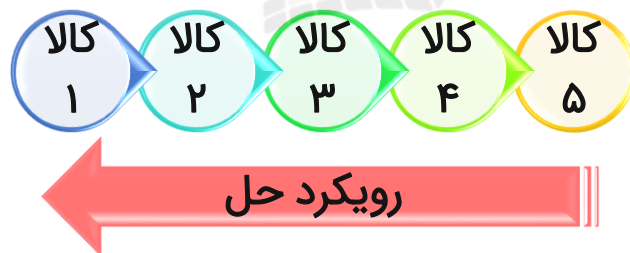
| مرحله اول (کالا ۵)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | - | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۳                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۸                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۹                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۰                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۱                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۲                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۳                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۴                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۵                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |

## مساله کوله‌پشتی

| مرحله دوم (کالا ۴)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $S_2 \backslash x_2$ | ۰ | ۱ | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    |   |   |              |         |
| ۱                    |   |   |              |         |
| ۲                    |   |   |              |         |
| ۳                    |   |   |              |         |
| ۱۲                   |   |   |              |         |
| ۱۳                   |   |   |              |         |
| ۱۴                   |   |   |              |         |
| ۱۵                   |   |   |              |         |

| مرحله اول (کالا ۵)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $S_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | - | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۳                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۸                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۹                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۰                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۱                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۲                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۳                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۴                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۵                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |

|   |    |   |    |   |      |
|---|----|---|----|---|------|
| ۲ | ۱۲ | ۱ | ۴  | ۱ | وزن  |
| ۲ | ۴  | ۲ | ۱۰ | ۱ | ارزش |

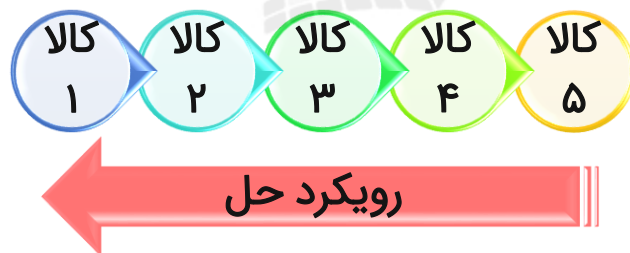


## مساله کوله‌پشتی

| مرحله دوم (کالا ۴)   |     |   |              |         |
|----------------------|-----|---|--------------|---------|
| $S_2 \backslash x_2$ | ۰   | ۱ | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰ |   |              |         |
| ۱                    | ۰+۱ |   |              |         |
| ۲                    | ۰+۱ |   |              |         |
| ۳                    | ۰+۱ |   |              |         |
| ۱۲                   | ۰+۱ |   |              |         |
| ۱۳                   | ۰+۱ |   |              |         |
| ۱۴                   | ۰+۱ |   |              |         |
| ۱۵                   | ۰+۱ |   |              |         |

| مرحله اول (کالا ۵)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $S_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | - | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۳                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۸                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۹                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۰                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۱                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۲                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۳                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۴                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۵                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |

|   |    |   |    |   |      |
|---|----|---|----|---|------|
| ۲ | ۱۲ | ۱ | ۴  | ۱ | وزن  |
| ۲ | ۴  | ۲ | ۱۰ | ۱ | ارزش |

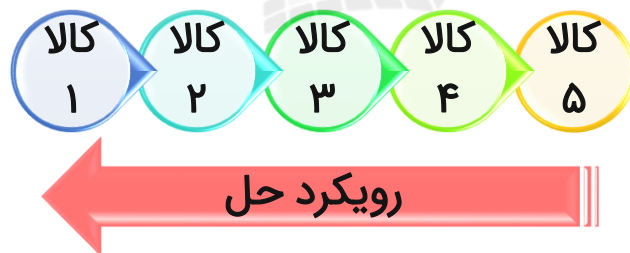


## مساله کوله‌پشتی

| مرحله اول (کالا ۵)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | - | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۳                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۸                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۹                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۰                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۱                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۲                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۳                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۴                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۵                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |

| مرحله دوم (کالا ۴)   |     |      |              |         |
|----------------------|-----|------|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰   | ۱    | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰ | -    |              |         |
| ۱                    | ۰+۱ | -    |              |         |
| ۲                    | ۰+۱ | -    |              |         |
| ۳                    | ۰+۱ | -    |              |         |
| ۱۲                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ |              |         |
| ۱۳                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ |              |         |
| ۱۴                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ |              |         |
| ۱۵                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ |              |         |

|   |    |   |    |   |      |
|---|----|---|----|---|------|
| ۲ | ۱۲ | ۱ | ۴  | ۱ | وزن  |
| ۲ | ۴  | ۲ | ۱۰ | ۱ | ارزش |

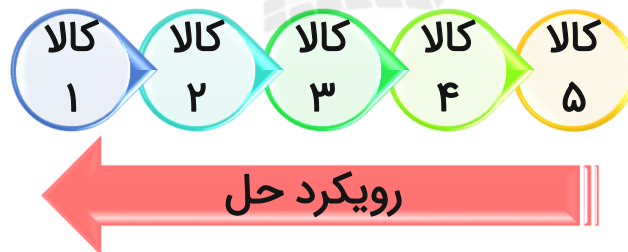


## مساله کوله‌پشتی

| مرحله دوم (کالا ۴)   |     |      |              |         |
|----------------------|-----|------|--------------|---------|
| $S_2 \backslash x_2$ | ۰   | ۱    | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰ | -    | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰+۱ | -    | ۱            | ۰       |
| ۲                    | ۰+۱ | -    | ۱            | ۰       |
| ۳                    | ۰+۱ | -    | ۱            | ۰       |
| ۱۲                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |
| ۱۳                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |
| ۱۴                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |
| ۱۵                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |

| مرحله اول (کالا ۵)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $S_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | - | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۳                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۸                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۹                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۰                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۱                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۲                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۳                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۴                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۵                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |

|   |    |   |    |   |      |
|---|----|---|----|---|------|
| ۲ | ۱۲ | ۱ | ۴  | ۱ | وزن  |
| ۲ | ۴  | ۲ | ۱۰ | ۱ | ارزش |



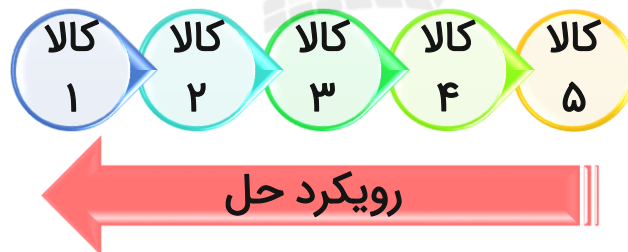
## مساله کوله‌پشتی

| مرحله اول (کالا ۵)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | - | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۳                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۸                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۹                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۰                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۱                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۲                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۳                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۴                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۵                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |

| مرحله دوم (کالا ۴)   |     |      |              |         |
|----------------------|-----|------|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰   | ۱    | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰ | -    | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰+۱ | -    | ۱            | ۰       |
| ۲                    | ۰+۱ | -    | ۱            | ۰       |
| ۳                    | ۰+۱ | -    | ۱            | ۰       |
| ۱۲                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |
| ۱۳                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |
| ۱۴                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |
| ۱۵                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |

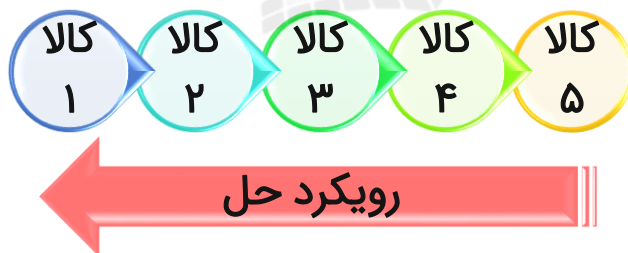
| مرحله سوم (کالا ۳)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $s_3 \backslash x_3$ | ۰ | ۱ | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۱                    |   |   |              |         |
| ۳                    |   |   |              |         |
| ۱۳                   |   |   |              |         |
| ۱۵                   |   |   |              |         |

|   |    |   |    |   |      |
|---|----|---|----|---|------|
| ۲ | ۱۲ | ۱ | ۴  | ۱ | وزن  |
| ۲ | ۴  | ۲ | ۱۰ | ۱ | ارزش |



## مساله کوله‌پشتی

|   |    |   |    |   |      |
|---|----|---|----|---|------|
| ۲ | ۱۲ | ۱ | ۴  | ۱ | وزن  |
| ۲ | ۴  | ۲ | ۱۰ | ۱ | ارزش |



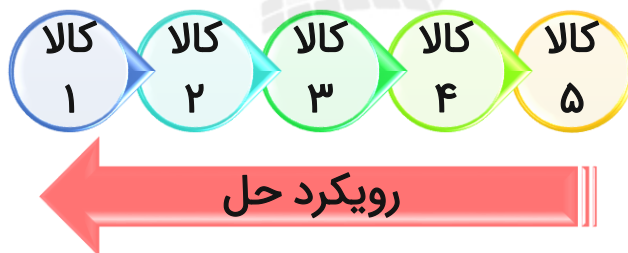
| مرحله دوم (کالا ۴)   |     |      |              |         |
|----------------------|-----|------|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰   | ۱    | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰ | -    | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰+۱ | -    | ۱            | ۰       |
| ۲                    | ۰+۱ | -    | ۱            | ۰       |
| ۳                    | ۰+۱ | -    | ۱            | ۰       |
| ۱۲                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |
| ۱۳                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |
| ۱۴                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |
| ۱۵                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |

| مرحله سوم (کالا ۳)   |      |   |              |         |
|----------------------|------|---|--------------|---------|
| $s_3 \backslash x_3$ | ۰    | ۱ | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۱                    | ۰+۱  |   |              |         |
| ۳                    | ۰+۱  |   |              |         |
| ۱۳                   | ۰+۱۱ |   |              |         |
| ۱۵                   | ۰+۱۱ |   |              |         |

| مرحله اول (کالا ۵)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | - | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۳                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۸                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۹                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۰                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۱                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۲                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۳                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۴                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۵                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |

## مساله کوله‌پشتی

|   |    |   |    |   |      |
|---|----|---|----|---|------|
| ۲ | ۱۲ | ۱ | ۴  | ۱ | وزن  |
| ۲ | ۴  | ۲ | ۱۰ | ۱ | ارزش |



| مرحله دوم (کالا ۴)   |     |      |              |         |
|----------------------|-----|------|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰   | ۱    | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰ | -    | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰+۱ | -    | ۱            | ۰       |
| ۲                    | ۰+۱ | -    | ۱            | ۰       |
| ۳                    | ۰+۱ | -    | ۱            | ۰       |
| ۱۲                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |
| ۱۳                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |
| ۱۴                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |
| ۱۵                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |

| مرحله سوم (کالا ۳)   |      |      |              |         |
|----------------------|------|------|--------------|---------|
| $s_3 \backslash x_3$ | ۰    | ۱    | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۱                    | ۰+۱  | ۲+۰  | ۲            | ۱       |
| ۳                    | ۰+۱  | ۲+۱  | ۳            | ۱       |
| ۱۳                   | ۰+۱۱ | ۲+۱۱ | ۱۳           | ۱       |
| ۱۵                   | ۰+۱۱ | ۲+۱۱ | ۱۳           | ۱       |

| مرحله اول (کالا ۵)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | - | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۳                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۸                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۹                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۰                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۱                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۲                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۳                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۴                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۵                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |

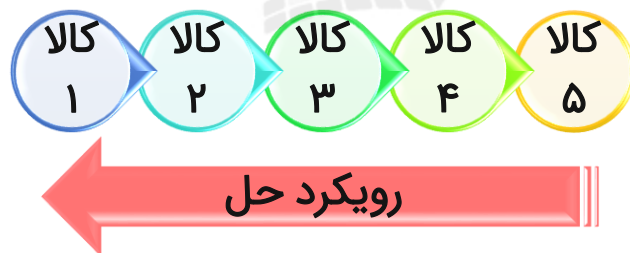
## مساله کوله‌پشتی

| مرحله چهارم (کالا ۲) |      |     |              |         |
|----------------------|------|-----|--------------|---------|
| $s_4 \backslash x_4$ | ۰    | ۱   | $f_4^*(s_4)$ | $x_4^*$ |
| ۱۳                   | ۰+۱۳ | ۴+۲ | ۱۳           | ۰       |
| ۱۵                   | ۰+۱۳ | ۴+۳ | ۱۳           | ۰       |

| مرحله دوم (کالا ۴)   |     |      |              |         |
|----------------------|-----|------|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰   | ۱    | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰ | -    | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰+۱ | -    | ۱            | ۰       |
| ۲                    | ۰+۱ | -    | ۱            | ۰       |
| ۳                    | ۰+۱ | -    | ۱            | ۰       |
| ۱۲                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |
| ۱۳                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |
| ۱۴                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |
| ۱۵                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |

| مرحله اول (کالا ۵)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | - | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۳                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۸                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۹                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۰                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۱                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۲                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۳                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۴                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۵                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |

|   |    |   |    |   |      |
|---|----|---|----|---|------|
| ۲ | ۱۲ | ۱ | ۴  | ۱ | وزن  |
| ۲ | ۴  | ۲ | ۱۰ | ۱ | ارزش |



| مرحله سوم (کالا ۳)   |      |      |              |         |
|----------------------|------|------|--------------|---------|
| $s_3 \backslash x_3$ | ۰    | ۱    | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۱                    | ۰+۱  | ۲+۰  | ۲            | ۱       |
| ۳                    | ۰+۱  | ۲+۱  | ۳            | ۱       |
| ۱۳                   | ۰+۱۱ | ۲+۱۱ | ۱۳           | ۱       |
| ۱۵                   | ۰+۱۱ | ۲+۱۱ | ۱۳           | ۱       |

## مساله کوله‌پشتی

| مرحله چهارم (کالا ۲) |      |     |              |         |
|----------------------|------|-----|--------------|---------|
| $s_4 \backslash x_4$ | ۰    | ۱   | $f_4^*(s_4)$ | $x_4^*$ |
| ۱۳                   | ۰+۱۳ | ۴+۲ | ۱۳           | ۰       |
| ۱۵                   | ۰+۱۳ | ۴+۳ | ۱۳           | ۰       |

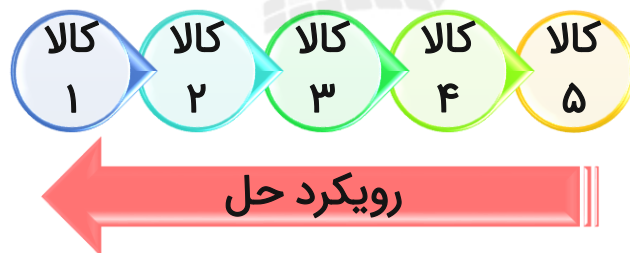
| مرحله پنجم (کالا ۱)  |      |      |              |         |
|----------------------|------|------|--------------|---------|
| $s_5 \backslash x_5$ | ۰    | ۱    | $f_5^*(s_5)$ | $x_5^*$ |
| ۱۵                   | ۰+۱۳ | ۲+۱۳ | ۱۵           | ۱       |

| مرحله دوم (کالا ۴)   |     |      |              |         |
|----------------------|-----|------|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰   | ۱    | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰ | -    | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰+۱ | -    | ۱            | ۰       |
| ۲                    | ۰+۱ | -    | ۱            | ۰       |
| ۳                    | ۰+۱ | -    | ۱            | ۰       |
| ۱۲                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |
| ۱۳                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |
| ۱۴                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |
| ۱۵                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |

| مرحله سوم (کالا ۳)   |      |      |              |         |
|----------------------|------|------|--------------|---------|
| $s_3 \backslash x_3$ | ۰    | ۱    | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۱                    | ۰+۱  | ۲+۰  | ۲            | ۱       |
| ۳                    | ۰+۱  | ۲+۱  | ۳            | ۱       |
| ۱۳                   | ۰+۱۱ | ۲+۱۱ | ۱۳           | ۱       |
| ۱۵                   | ۰+۱۱ | ۲+۱۱ | ۱۳           | ۱       |

| مرحله اول (کالا ۵)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | - | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۳                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۸                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۹                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۰                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۱                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۲                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۳                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۴                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۵                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |

|   |    |   |    |   |      |
|---|----|---|----|---|------|
| ۲ | ۱۲ | ۱ | ۴  | ۱ | وزن  |
| ۲ | ۴  | ۲ | ۱۰ | ۱ | ارزش |



## مساله کوله‌پشتی

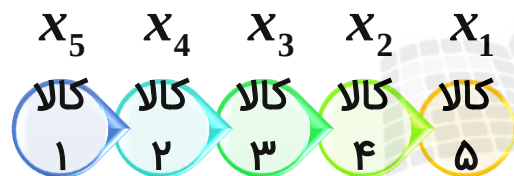
| مرحله چهارم (کالا ۲) |      |     |              |         |
|----------------------|------|-----|--------------|---------|
| $s_4 \backslash x_4$ | ۰    | ۱   | $f_4^*(s_4)$ | $x_4^*$ |
| ۱۳                   | ۰+۱۳ | ۴+۲ | ۱۳           | ۰       |
| ۱۵                   | ۰+۱۳ | ۴+۳ | ۱۳           | ۰       |

| مرحله پنجم (کالا ۱)  |      |      |              |         |
|----------------------|------|------|--------------|---------|
| $s_5 \backslash x_5$ | ۰    | ۱    | $f_5^*(s_5)$ | $x_5^*$ |
| ۱۵                   | ۰+۱۳ | ۲+۱۳ | ۱۵           | ۱       |

| مرحله دوم (کالا ۴)   |     |      |              |         |
|----------------------|-----|------|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰   | ۱    | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | ۰+۰ | -    | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰+۱ | -    | ۱            | ۰       |
| ۲                    | ۰+۱ | -    | ۱            | ۰       |
| ۳                    | ۰+۱ | -    | ۱            | ۰       |
| ۱۲                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |
| ۱۳                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |
| ۱۴                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |
| ۱۵                   | ۰+۱ | ۱۰+۱ | ۱۱           | ۱       |

| مرحله سوم (کالا ۳)   |      |      |              |         |
|----------------------|------|------|--------------|---------|
| $s_3 \backslash x_3$ | ۰    | ۱    | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۱                    | ۰+۱  | ۲+۰  | ۲            | ۱       |
| ۳                    | ۰+۱  | ۲+۱  | ۳            | ۱       |
| ۱۳                   | ۰+۱۱ | ۲+۱۱ | ۱۳           | ۱       |
| ۱۵                   | ۰+۱۱ | ۲+۱۱ | ۱۳           | ۱       |

| مرحله اول (کالا ۵)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | ۰ | - | ۰            | ۰       |
| ۱                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۲                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۳                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۸                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۹                    | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۰                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۱                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۲                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۳                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۴                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |
| ۱۵                   | ۰ | ۱ | ۱            | ۱       |



جواب بهینه

$$\begin{aligned}
 x_5^* &= 1 & x_4^* &= 0 \\
 x_3^* &= 1 & x_2^* &= 1 \\
 x_1^* &= 1 & f^* &= 15
 \end{aligned}$$

رویکرد حل

## مساله برنامه‌ریزی تولید

**مثال:** یک کارگاه تولید قایق، در هر ماه دارای سفارشاتى به شرح زیر است:



برنامه سفارش ماهیانه

| ماه   | فروردین | اردیبهشت | خرداد | تیر | مرداد | شهریور | مجموع |
|-------|---------|----------|-------|-----|-------|--------|-------|
| سفارش | ۱       | ۲        | ۵     | ۳   | ۲     | ۱      | ۱۴    |

کل هزینه متغیر تولید:

$$۱۴ \times ۱۰ = ۱۴۰$$

✓ ظرفیت تولید ماهیانه: ۴ قایق

✓ ظرفیت انبار: ۳ قایق

✓ هزینه ثابت تولید ماهیانه: ۴ تومان

✓ هزینه متغیر تولید: ۱۰ تومان به ازای هر قایق

✓ هزینه نگهداری ماهیانه: ۱ تومان به ازای هر قایق

**برنامه تولید ماهیانه جهت حداقل کردن هزینه کل؟**

## مساله برنامه‌ریزی تولید

اجزای مساله  
برنامه‌ریزی پویا؟

✓ مرحله: هر ماه

✓ تصمیم: تعداد تولید قایق در هر ماه

✓ حالت: تعداد قایق موجود در انبار

## مساله برنامه‌ریزی تولید

| ش | م | ت | خ | ا | ف | ماه   |
|---|---|---|---|---|---|-------|
| ۱ | ۲ | ۳ | ۵ | ۲ | ۱ | سفارش |

| مرحله اول (شهریور)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    |   |   |              |         |
| ۱                    |   |   |              |         |

## مساله برنامه‌ریزی تولید

| ش | م | ت | خ | ا | ف | ماه   |
|---|---|---|---|---|---|-------|
| ۱ | ۲ | ۳ | ۵ | ۲ | ۱ | سفارش |

| مرحله اول (شهریور)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | - | ۴ | ۴            | ۱       |
| ۱                    |   |   |              |         |

## مساله برنامه‌ریزی تولید

| ش | م | ت | خ | ا | ف | ماه   |
|---|---|---|---|---|---|-------|
| ۱ | ۲ | ۳ | ۵ | ۲ | ۱ | سفارش |

| مرحله اول (شهریور)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | - | ۴ | ۴            | ۱       |
| ۱                    | ۱ | - | ۱            | ۰       |

## مساله برنامه‌ریزی تولید

| ماه   | ف | ا | خ | ت | م | ش |
|-------|---|---|---|---|---|---|
| سفارش | ۱ | ۲ | ۵ | ۳ | ۲ | ۱ |

| مرحله اول (شهریور)   |   |   |              |         |  |
|----------------------|---|---|--------------|---------|--|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |  |
| ۰                    | - | ۴ | ۴            | ۱       |  |
| ۱                    | ۱ | - | ۱            | ۰       |  |

| مرحله دوم (مرداد)    |   |   |     |     |              |         |
|----------------------|---|---|-----|-----|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰ | ۱ | ۲   | ۳   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | - | - | ۴+۴ | ۴+۱ | ۵            | ۳       |
| ۱                    |   |   |     |     |              |         |
| ۲                    |   |   |     |     |              |         |
| ۳                    |   |   |     |     |              |         |

## مساله برنامه‌ریزی تولید

| ماه   | ف | ا | خ | ت | م | ش |
|-------|---|---|---|---|---|---|
| سفارش | ۱ | ۲ | ۵ | ۳ | ۲ | ۱ |

| مرحله اول (شهریور)   |   |   |              |         |  |
|----------------------|---|---|--------------|---------|--|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |  |
| ۰                    | - | ۴ | ۴            | ۱       |  |
| ۱                    | ۱ | - | ۱            | ۰       |  |

| مرحله دوم (مرداد)    |   |       |       |     |              |         |
|----------------------|---|-------|-------|-----|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰ | ۱     | ۲     | ۳   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | - | -     | ۴+۴   | ۴+۱ | ۵            | ۳       |
| ۱                    | - | ۱+۴+۴ | ۱+۴+۱ | -   | ۶            | ۲       |
| ۲                    |   |       |       |     |              |         |
| ۳                    |   |       |       |     |              |         |

## مساله برنامه‌ریزی تولید

| ماه   | ف | ا | خ | ت | م | ش |
|-------|---|---|---|---|---|---|
| سفارش | ۱ | ۲ | ۵ | ۳ | ۲ | ۱ |

| مرحله اول (شهریور)   |   |   |              |         |  |
|----------------------|---|---|--------------|---------|--|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |  |
| ۰                    | - | ۴ | ۴            | ۱       |  |
| ۱                    | ۱ | - | ۱            | ۰       |  |

| مرحله دوم (مرداد)    |     |       |       |     |              |         |
|----------------------|-----|-------|-------|-----|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰   | ۱     | ۲     | ۳   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | -   | -     | ۴+۴   | ۴+۱ | ۵            | ۳       |
| ۱                    | -   | ۱+۴+۴ | ۱+۴+۱ | -   | ۶            | ۲       |
| ۲                    | ۲+۴ | ۲+۴+۱ | -     | -   | ۶            | ۰       |
| ۳                    |     |       |       |     |              |         |

## مساله برنامه‌ریزی تولید

| ماه   | ف | ا | خ | ت | م | ش |
|-------|---|---|---|---|---|---|
| سفارش | ۱ | ۲ | ۵ | ۳ | ۲ | ۱ |

| مرحله اول (شهریور)   |   |   |              |         |  |
|----------------------|---|---|--------------|---------|--|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |  |
| ۰                    | - | ۴ | ۴            | ۱       |  |
| ۱                    | ۱ | - | ۱            | ۰       |  |

| مرحله دوم (مرداد)    |     |       |       |     |              |         |
|----------------------|-----|-------|-------|-----|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰   | ۱     | ۲     | ۳   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | -   | -     | ۴+۴   | ۴+۱ | ۵            | ۳       |
| ۱                    | -   | ۱+۴+۴ | ۱+۴+۱ | -   | ۶            | ۲       |
| ۲                    | ۲+۴ | ۲+۴+۱ | -     | -   | ۶            | ۰       |
| ۳                    | ۳+۱ | -     | -     | -   | ۴            | ۰       |

## مساله برنامه‌ریزی تولید

| ماه   | ف | ا | خ | ت | م | ش |
|-------|---|---|---|---|---|---|
| سفارش | ۱ | ۲ | ۵ | ۳ | ۲ | ۱ |

| مرحله اول (شهریور)   |   |   |              |         |  |
|----------------------|---|---|--------------|---------|--|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |  |
| ۰                    | - | ۴ | ۴            | ۱       |  |
| ۱                    | ۱ | - | ۱            | ۰       |  |

| مرحله دوم (مرداد)    |     |       |       |     |              |         |
|----------------------|-----|-------|-------|-----|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰   | ۱     | ۲     | ۳   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | -   | -     | ۴+۴   | ۴+۱ | ۵            | ۳       |
| ۱                    | -   | ۱+۴+۴ | ۱+۴+۱ | -   | ۶            | ۲       |
| ۲                    | ۲+۴ | ۲+۴+۱ | -     | -   | ۶            | ۰       |
| ۳                    | ۳+۱ | -     | -     | -   | ۴            | ۰       |

| مرحله سوم (تیر)      |   |   |     |     |              |         |
|----------------------|---|---|-----|-----|--------------|---------|
| $s_3 \backslash x_3$ | ۱ | ۲ | ۳   | ۴   | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۰                    | - | - | ۴+۵ | ۴+۶ | ۹            | ۳       |
| ۱                    |   |   |     |     |              |         |
| ۲                    |   |   |     |     |              |         |

## مساله برنامه‌ریزی تولید

| ماه   | ف | ا | خ | ت | م | ش |
|-------|---|---|---|---|---|---|
| سفارش | ۱ | ۲ | ۵ | ۳ | ۲ | ۱ |

| مرحله اول (شهریور)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | - | ۴ | ۴            | ۱       |
| ۱                    | ۱ | - | ۱            | ۰       |

| مرحله دوم (مرداد)    |     |       |       |     |              |         |
|----------------------|-----|-------|-------|-----|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰   | ۱     | ۲     | ۳   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | -   | -     | ۴+۴   | ۴+۱ | ۵            | ۳       |
| ۱                    | -   | ۱+۴+۴ | ۱+۴+۱ | -   | ۶            | ۲       |
| ۲                    | ۲+۴ | ۲+۴+۱ | -     | -   | ۶            | ۰       |
| ۳                    | ۳+۱ | -     | -     | -   | ۴            | ۰       |

| مرحله سوم (تیر)      |   |       |       |       |              |         |
|----------------------|---|-------|-------|-------|--------------|---------|
| $s_3 \backslash x_3$ | ۱ | ۲     | ۳     | ۴     | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۰                    | - | -     | ۴+۵   | ۴+۶   | ۹            | ۳       |
| ۱                    | - | ۱+۴+۵ | ۱+۴+۶ | ۱+۴+۶ | ۱۰           | ۲       |
| ۲                    |   |       |       |       |              |         |

## مساله برنامه‌ریزی تولید

| ماه   | ف | ا | خ | ت | م | ش |
|-------|---|---|---|---|---|---|
| سفارش | ۱ | ۲ | ۵ | ۳ | ۲ | ۱ |

| مرحله اول (شهریور)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | - | ۴ | ۴            | ۱       |
| ۱                    | ۱ | - | ۱            | ۰       |

| مرحله دوم (مرداد)    |     |       |       |     |              |         |
|----------------------|-----|-------|-------|-----|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰   | ۱     | ۲     | ۳   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | -   | -     | ۴+۴   | ۴+۱ | ۵            | ۳       |
| ۱                    | -   | ۱+۴+۴ | ۱+۴+۱ | -   | ۶            | ۲       |
| ۲                    | ۲+۴ | ۲+۴+۱ | -     | -   | ۶            | ۰       |
| ۳                    | ۳+۱ | -     | -     | -   | ۴            | ۰       |

| مرحله سوم (تیر)      |       |       |       |       |              |         |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|--------------|---------|
| $s_3 \backslash x_3$ | ۱     | ۲     | ۳     | ۴     | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۰                    | -     | -     | ۴+۵   | ۴+۶   | ۹            | ۳       |
| ۱                    | -     | ۱+۴+۵ | ۱+۴+۶ | ۱+۴+۶ | ۱۰           | ۲       |
| ۲                    | ۲+۴+۵ | ۲+۴+۶ | ۲+۴+۶ | ۲+۴+۴ | ۱۰           | ۴       |

## مساله برنامه‌ریزی تولید

| مرحله چهارم (خرداد)  |   |   |       |              |         |
|----------------------|---|---|-------|--------------|---------|
| $S_4 \backslash X_4$ | ۲ | ۳ | ۴     | $f_4^*(s_4)$ | $x_4^*$ |
| ۱                    | - | - | ۱+۴+۹ | ۱۴           | ۴       |
| ۲                    |   |   |       |              |         |
| ۳                    |   |   |       |              |         |

| ماه   | ف | ا | خ | ت | م | ش |
|-------|---|---|---|---|---|---|
| سفارش | ۱ | ۲ | ۵ | ۳ | ۲ | ۱ |

| مرحله اول (شهریور)   |   |   |              |         |  |
|----------------------|---|---|--------------|---------|--|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |  |
| ۰                    | - | ۴ | ۴            | ۱       |  |
| ۱                    | ۱ | - | ۱            | ۰       |  |

| مرحله دوم (مرداد)    |     |       |       |     |              |         |
|----------------------|-----|-------|-------|-----|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۰   | ۱     | ۲     | ۳   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | -   | -     | ۴+۴   | ۴+۱ | ۵            | ۳       |
| ۱                    | -   | ۱+۴+۴ | ۱+۴+۱ | -   | ۶            | ۲       |
| ۲                    | ۲+۴ | ۲+۴+۱ | -     | -   | ۶            | ۰       |
| ۳                    | ۳+۱ | -     | -     | -   | ۴            | ۰       |

| مرحله سوم (تیر)      |       |       |       |       |              |         |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|--------------|---------|
| $S_3 \backslash X_3$ | ۱     | ۲     | ۳     | ۴     | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۰                    | -     | -     | ۴+۵   | ۴+۶   | ۹            | ۳       |
| ۱                    | -     | ۱+۴+۵ | ۱+۴+۶ | ۱+۴+۶ | ۱۰           | ۲       |
| ۲                    | ۲+۴+۵ | ۲+۴+۶ | ۲+۴+۶ | ۲+۴+۴ | ۱۰           | ۴       |

## مساله برنامه‌ریزی تولید

| مرحله چهارم (خرداد)  |   |       |        |              |         |
|----------------------|---|-------|--------|--------------|---------|
| $s_4 \backslash x_4$ | ۲ | ۳     | ۴      | $f_4^*(s_4)$ | $x_4^*$ |
| ۱                    | - | -     | ۱+۴+۹  | ۱۴           | ۴       |
| ۲                    | - | ۲+۴+۹ | ۲+۴+۱۰ | ۱۵           | ۳       |
| ۳                    |   |       |        |              |         |

| ماه   | ف | ا | خ | ت | م | ش |
|-------|---|---|---|---|---|---|
| سفارش | ۱ | ۲ | ۵ | ۳ | ۲ | ۱ |

| مرحله اول (شهریور)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $s_1 \backslash x_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | - | ۴ | ۴            | ۱       |
| ۱                    | ۱ | - | ۱            | ۰       |

| مرحله دوم (مرداد)    |     |       |       |     |              |         |
|----------------------|-----|-------|-------|-----|--------------|---------|
| $s_2 \backslash x_2$ | ۰   | ۱     | ۲     | ۳   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | -   | -     | ۴+۴   | ۴+۱ | ۵            | ۳       |
| ۱                    | -   | ۱+۴+۴ | ۱+۴+۱ | -   | ۶            | ۲       |
| ۲                    | ۲+۴ | ۲+۴+۱ | -     | -   | ۶            | ۰       |
| ۳                    | ۳+۱ | -     | -     | -   | ۴            | ۰       |

| مرحله سوم (تیر)      |       |       |       |       |              |         |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|--------------|---------|
| $s_3 \backslash x_3$ | ۱     | ۲     | ۳     | ۴     | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۰                    | -     | -     | ۴+۵   | ۴+۶   | ۹            | ۳       |
| ۱                    | -     | ۱+۴+۵ | ۱+۴+۶ | ۱+۴+۶ | ۱۰           | ۲       |
| ۲                    | ۲+۴+۵ | ۲+۴+۶ | ۲+۴+۶ | ۲+۴+۴ | ۱۰           | ۴       |

## مساله برنامه‌ریزی تولید

| مرحله چهارم (خرداد)  |       |        |        |              |         |
|----------------------|-------|--------|--------|--------------|---------|
| $S_4 \backslash X_4$ | ۲     | ۳      | ۴      | $f_4^*(s_4)$ | $x_4^*$ |
| ۱                    | -     | -      | ۱+۴+۹  | ۱۴           | ۴       |
| ۲                    | -     | ۲+۴+۹  | ۲+۴+۱۰ | ۱۵           | ۳       |
| ۳                    | ۳+۴+۹ | ۳+۴+۱۰ | ۳+۴+۱۰ | ۱۶           | ۲       |

| ماه   | ف | ا | خ | ت | م | ش |
|-------|---|---|---|---|---|---|
| سفارش | ۱ | ۲ | ۵ | ۳ | ۲ | ۱ |

| مرحله اول (شهریور)   |   |   |              |         |  |
|----------------------|---|---|--------------|---------|--|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |  |
| ۰                    | - | ۴ | ۴            | ۱       |  |
| ۱                    | ۱ | - | ۱            | ۰       |  |

| مرحله دوم (مرداد)    |     |       |       |     |              |         |
|----------------------|-----|-------|-------|-----|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۰   | ۱     | ۲     | ۳   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | -   | -     | ۴+۴   | ۴+۱ | ۵            | ۳       |
| ۱                    | -   | ۱+۴+۴ | ۱+۴+۱ | -   | ۶            | ۲       |
| ۲                    | ۲+۴ | ۲+۴+۱ | -     | -   | ۶            | ۰       |
| ۳                    | ۳+۱ | -     | -     | -   | ۴            | ۰       |

| مرحله سوم (تیر)      |       |       |       |       |              |         |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|--------------|---------|
| $S_3 \backslash X_3$ | ۱     | ۲     | ۳     | ۴     | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۰                    | -     | -     | ۴+۵   | ۴+۶   | ۹            | ۳       |
| ۱                    | -     | ۱+۴+۵ | ۱+۴+۶ | ۱+۴+۶ | ۱۰           | ۲       |
| ۲                    | ۲+۴+۵ | ۲+۴+۶ | ۲+۴+۶ | ۲+۴+۴ | ۱۰           | ۴       |

## مساله برنامه‌ریزی تولید

| مرحله چهارم (خرداد)  |       |        |        |              |         |
|----------------------|-------|--------|--------|--------------|---------|
| $S_4 \backslash X_4$ | ۲     | ۳      | ۴      | $f_4^*(s_4)$ | $x_4^*$ |
| ۱                    | -     | -      | ۱+۴+۹  | ۱۴           | ۴       |
| ۲                    | -     | ۲+۴+۹  | ۲+۴+۱۰ | ۱۵           | ۳       |
| ۳                    | ۳+۴+۹ | ۳+۴+۱۰ | ۳+۴+۱۰ | ۱۶           | ۲       |

| ش | م | ت | خ | ا | ف | ماه   |
|---|---|---|---|---|---|-------|
| ۱ | ۲ | ۳ | ۵ | ۲ | ۱ | سفارش |

| مرحله اول (شهریور)   |   |   |              |         |  |
|----------------------|---|---|--------------|---------|--|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |  |
| ۰                    | - | ۴ | ۴            | ۱       |  |
| ۱                    | ۱ | - | ۱            | ۰       |  |

| مرحله پنجم (اردیبهشت) |      |        |        |        |        |              |         |
|-----------------------|------|--------|--------|--------|--------|--------------|---------|
| $S_5 \backslash X_5$  | ۰    | ۱      | ۲      | ۳      | ۴      | $f_5^*(s_5)$ | $x_5^*$ |
| ۰                     | -    | -      | -      | ۴+۱۴   | ۴+۱۵   | ۱۸           | ۳       |
| ۱                     | -    | -      | ۱+۴+۱۴ | ۱+۴+۱۵ | ۱+۴+۱۶ | ۱۹           | ۲       |
| ۲                     | -    | ۲+۴+۱۴ | ۲+۴+۱۵ | ۲+۴+۱۶ | -      | ۲۰           | ۱       |
| ۳                     | ۳+۱۴ | ۲+۴+۱۵ | ۲+۴+۱۶ | -      | -      | ۱۷           | ۰       |

| مرحله دوم (مرداد)    |     |       |       |     |              |         |
|----------------------|-----|-------|-------|-----|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۰   | ۱     | ۲     | ۳   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | -   | -     | ۴+۴   | ۴+۱ | ۵            | ۳       |
| ۱                    | -   | ۱+۴+۴ | ۱+۴+۱ | -   | ۶            | ۲       |
| ۲                    | ۲+۴ | ۲+۴+۱ | -     | -   | ۶            | ۰       |
| ۳                    | ۳+۱ | -     | -     | -   | ۴            | ۰       |

| مرحله سوم (تیر)      |       |       |       |       |              |         |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|--------------|---------|
| $S_3 \backslash X_3$ | ۱     | ۲     | ۳     | ۴     | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۰                    | -     | -     | ۴+۵   | ۴+۶   | ۹            | ۳       |
| ۱                    | -     | ۱+۴+۵ | ۱+۴+۶ | ۱+۴+۶ | ۱۰           | ۲       |
| ۲                    | ۲+۴+۵ | ۲+۴+۶ | ۲+۴+۶ | ۲+۴+۴ | ۱۰           | ۴       |

## مساله برنامه‌ریزی تولید

| مرحله چهارم (خرداد)  |       |        |        |              |         |
|----------------------|-------|--------|--------|--------------|---------|
| $S_4 \backslash X_4$ | ۲     | ۳      | ۴      | $f_4^*(s_4)$ | $x_4^*$ |
| ۱                    | -     | -      | ۱+۴+۹  | ۱۴           | ۴       |
| ۲                    | -     | ۲+۴+۹  | ۲+۴+۱۰ | ۱۵           | ۳       |
| ۳                    | ۳+۴+۹ | ۳+۴+۱۰ | ۳+۴+۱۰ | ۱۶           | ۲       |

| ش | م | ت | خ | ا | ف | ماه   |
|---|---|---|---|---|---|-------|
| ۱ | ۲ | ۳ | ۵ | ۲ | ۱ | سفارش |

| مرحله اول (شهریور)   |   |   |              |         |  |
|----------------------|---|---|--------------|---------|--|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |  |
| ۰                    | - | ۴ | ۴            | ۱       |  |
| ۱                    | ۱ | - | ۱            | ۰       |  |

| مرحله پنجم (اردیبهشت) |      |        |        |        |        |              |         |
|-----------------------|------|--------|--------|--------|--------|--------------|---------|
| $S_5 \backslash X_5$  | ۰    | ۱      | ۲      | ۳      | ۴      | $f_5^*(s_5)$ | $x_5^*$ |
| ۰                     | -    | -      | -      | ۴+۱۴   | ۴+۱۵   | ۱۸           | ۳       |
| ۱                     | -    | -      | ۱+۴+۱۴ | ۱+۴+۱۵ | ۱+۴+۱۶ | ۱۹           | ۲       |
| ۲                     | -    | ۲+۴+۱۴ | ۲+۴+۱۵ | ۲+۴+۱۶ | -      | ۲۰           | ۱       |
| ۳                     | ۳+۱۴ | ۲+۴+۱۵ | ۲+۴+۱۶ | -      | -      | ۱۷           | ۰       |

| مرحله ششم (فروردین)  |      |      |      |      |              |         |
|----------------------|------|------|------|------|--------------|---------|
| $S_6 \backslash X_6$ | ۱    | ۲    | ۳    | ۴    | $f_6^*(s_6)$ | $x_6^*$ |
| ۰                    | ۴+۱۸ | ۴+۱۹ | ۴+۲۰ | ۴+۱۷ | ۲۱           | ۴       |

| مرحله دوم (مرداد)    |     |       |       |     |              |         |
|----------------------|-----|-------|-------|-----|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۰   | ۱     | ۲     | ۳   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | -   | -     | ۴+۴   | ۴+۱ | ۵            | ۳       |
| ۱                    | -   | ۱+۴+۴ | ۱+۴+۱ | -   | ۶            | ۲       |
| ۲                    | ۲+۴ | ۲+۴+۱ | -     | -   | ۶            | ۰       |
| ۳                    | ۳+۱ | -     | -     | -   | ۴            | ۰       |

| مرحله سوم (تیر)      |       |       |       |       |              |         |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|--------------|---------|
| $S_3 \backslash X_3$ | ۱     | ۲     | ۳     | ۴     | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۰                    | -     | -     | ۴+۵   | ۴+۶   | ۹            | ۳       |
| ۱                    | -     | ۱+۴+۵ | ۱+۴+۶ | ۱+۴+۶ | ۱۰           | ۲       |
| ۲                    | ۲+۴+۵ | ۲+۴+۶ | ۲+۴+۶ | ۲+۴+۴ | ۱۰           | ۴       |

## مساله برنامه‌ریزی تولید

| مرحله چهارم (خرداد)  |       |        |        |              |         |
|----------------------|-------|--------|--------|--------------|---------|
| $S_4 \backslash X_4$ | ۲     | ۳      | ۴      | $f_4^*(s_4)$ | $x_4^*$ |
| ۱                    | -     | -      | ۱+۴+۹  | ۱۴           | ۴       |
| ۲                    | -     | ۲+۴+۹  | ۲+۴+۱۰ | ۱۵           | ۳       |
| ۳                    | ۳+۴+۹ | ۳+۴+۱۰ | ۳+۴+۱۰ | ۱۶           | ۲       |

| ماه   | ف | ا | خ | ت | م | ش |
|-------|---|---|---|---|---|---|
| سفارش | ۱ | ۲ | ۵ | ۳ | ۲ | ۱ |

| مرحله اول (شهریور)   |   |   |              |         |
|----------------------|---|---|--------------|---------|
| $S_1 \backslash X_1$ | ۰ | ۱ | $f_1^*(s_1)$ | $x_1^*$ |
| ۰                    | - | ۴ | ۴            | ۱       |
| ۱                    | ۱ | - | ۱            | ۰       |

جواب

بهینه

| مرحله پنجم (اردیبهشت) |      |        |        |        |        |              |         |
|-----------------------|------|--------|--------|--------|--------|--------------|---------|
| $S_5 \backslash X_5$  | ۰    | ۱      | ۲      | ۳      | ۴      | $f_5^*(s_5)$ | $x_5^*$ |
| ۰                     | -    | -      | -      | ۴+۱۴   | ۴+۱۵   | ۱۸           | ۳       |
| ۱                     | -    | -      | ۱+۴+۱۴ | ۱+۴+۱۵ | ۱+۴+۱۶ | ۱۹           | ۲       |
| ۲                     | -    | ۲+۴+۱۴ | ۲+۴+۱۵ | ۲+۴+۱۶ | -      | ۲۰           | ۱       |
| ۳                     | ۳+۱۴ | ۲+۴+۱۵ | ۲+۴+۱۶ | -      | -      | ۱۷           | ۰       |

| مرحله ششم (فروردین)  |      |      |      |      |              |         |
|----------------------|------|------|------|------|--------------|---------|
| $S_6 \backslash X_6$ | ۱    | ۲    | ۳    | ۴    | $f_6^*(s_6)$ | $x_6^*$ |
| ۰                    | ۴+۱۸ | ۴+۱۹ | ۴+۲۰ | ۴+۱۷ | ۲۱           | ۴       |

هزینه کل:  $۱۴ \times ۱۰ + ۲۱ = ۱۶۱$ 

$x_6^* = 4$

$x_5^* = 0$

$x_4^* = 4$

$x_3^* = 3$

$x_2^* = 3$

$x_1^* = 0$

$f^* = 21$

| مرحله دوم (مرداد)    |     |       |       |     |              |         |
|----------------------|-----|-------|-------|-----|--------------|---------|
| $S_2 \backslash X_2$ | ۰   | ۱     | ۲     | ۳   | $f_2^*(s_2)$ | $x_2^*$ |
| ۰                    | -   | -     | ۴+۴   | ۴+۱ | ۵            | ۳       |
| ۱                    | -   | ۱+۴+۴ | ۱+۴+۱ | -   | ۶            | ۲       |
| ۲                    | ۲+۴ | ۲+۴+۱ | -     | -   | ۶            | ۰       |
| ۳                    | ۳+۱ | -     | -     | -   | ۴            | ۰       |

| مرحله سوم (تیر)      |       |       |       |       |              |         |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|--------------|---------|
| $S_3 \backslash X_3$ | ۱     | ۲     | ۳     | ۴     | $f_3^*(s_3)$ | $x_3^*$ |
| ۰                    | -     | -     | ۴+۵   | ۴+۶   | ۹            | ۳       |
| ۱                    | -     | ۱+۴+۵ | ۱+۴+۶ | ۱+۴+۶ | ۱۰           | ۲       |
| ۲                    | ۲+۴+۵ | ۲+۴+۶ | ۲+۴+۶ | ۲+۴+۴ | ۱۰           | ۴       |

## رویکردهای حل برنامه‌ریزی پویا

تفاوت اصلی

• تعریف حالت



✓ رویکرد رو به عقب (Backward):

- ۱- شروع از مرحله آخر به اول
- ۲- ساده‌ترین و متداول‌ترین روش

✓ رویکرد رو به جلو (Forward):

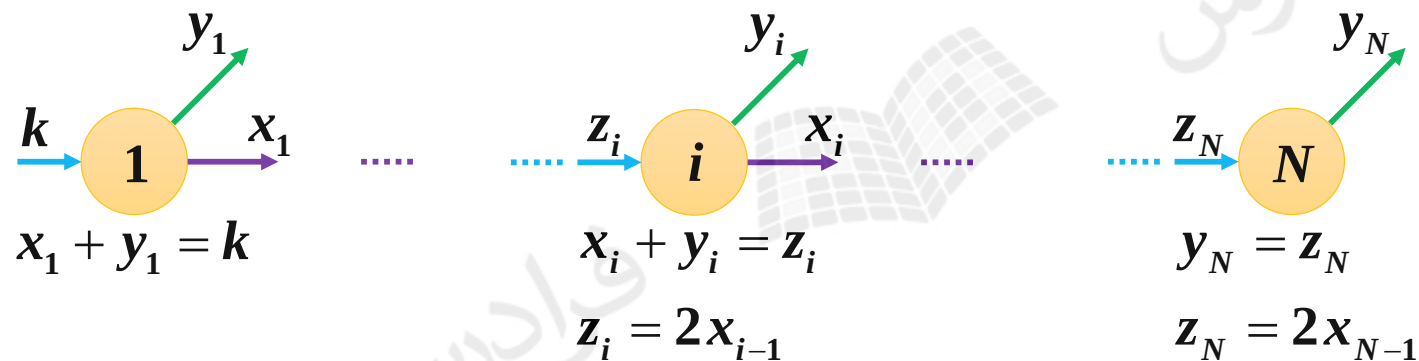
- ۱- شروع از مرحله اول به آخر
- ۲- معمولاً تعریف حالت دشوار است.

## مساله مالک گوسفند



**مثال:** دامداری  $k$  گوسفند دارد. او سالی یکبار می‌تواند تعدادی از آن‌ها را بفروشد. سود فروش هر گوسفند در سال  $i$  برابر با  $p_i$  است. تعداد گوسفندهایی که در یک سال نگه داشته می‌شوند، در سال بعد دو برابر خواهند شد. با فرض اینکه در پایان سال  $N$  ام تمام گوسفندها باید فروخته شوند، تصمیم بهینه چگونه محاسبه می‌شود؟

## مساله مالک گوسفند

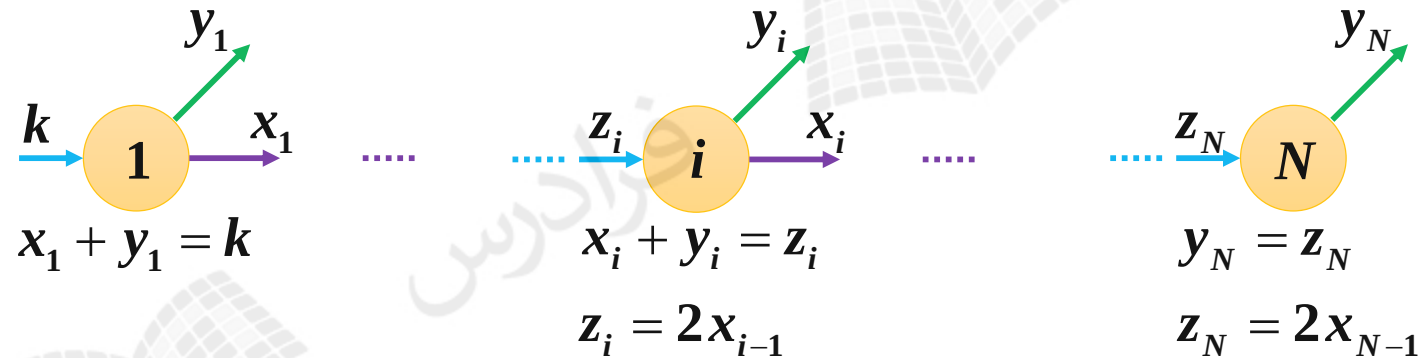


$x_i$  : مقدار گوسفند باقی مانده در سال  $i$   
 $y_i$  : مقدار گوسفند فروخته شده در سال  $i$   
 $z_i$  : مقدار گوسفند موجود در ابتدای سال  $i$

## مساله مالک گوسفند

- ✓ مرحله: هر سال  
 ✓ تصمیم: تعداد فروش گوسفند در هر سال  
 ✓ حالت: تعداد گوسفند دریافت شده از سال قبل

رویکرد رو  
به عقب



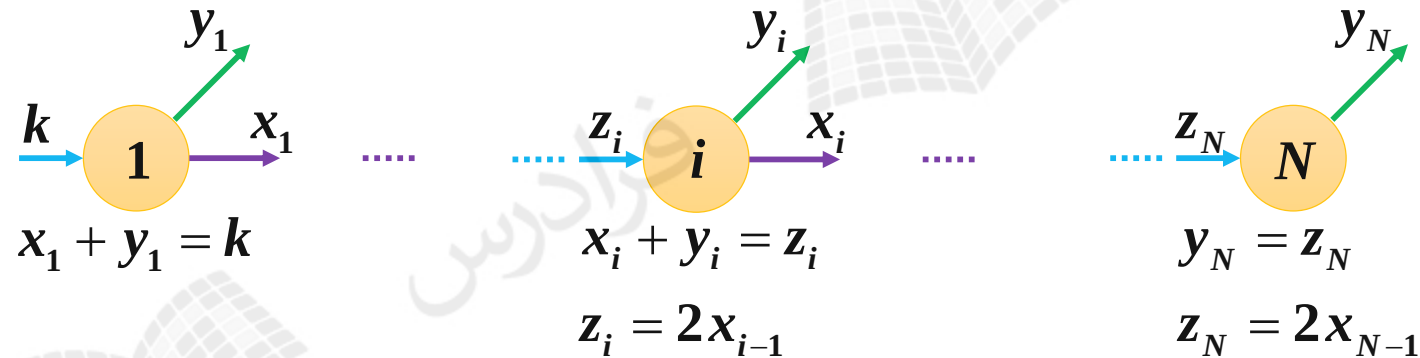
$$f_N^*(z_N) = \max_{y_N = z_N \leq 2^{N-1}k} \{p_N y_N\}$$

$$f_i^*(z_i) = \max_{0 \leq y_i \leq z_i \leq 2^{i-1}k} \{p_i y_i + f_{i+1}^*(2(z_i - y_i))\} \quad i = 1, 2, \dots, N-1$$

## مساله مالک گوسفند

- ✓ مرحله: هر سال  
 ✓ تصمیم: تعداد فروش گوسفند در هر سال  
 ✓ حالت: تعداد گوسفند انتقال داده شده به سال بعد

رویکرد رو  
به جلو



$$g_1^*(x_1) = \max_{y_1 = k - x_1} \{p_1 y_1\}$$

$$g_i^*(x_i) = \max_{0 \leq y_i \leq 2^{i-1} k - x_i} \{p_i y_i + g_{i-1}^*\left(\frac{x_i + y_i}{2}\right)\} \quad i = 2, 3, \dots, N$$

این اسلایدها بر مبنای نکات مطرح شده در فرادرس  
«آموزش تحقیق در عملیات ۳»  
تهیه شده است.

برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این آموزش به لینک زیر مراجعه نمایید.

[faradars.org/fvtior122](https://faradars.org/fvtior122)